和算を題材としたRLA：中間発表会までの活動を振り返って

福井大学教育実践研究　2015，第40号，pp59－70

実践論文

和算を題材としたRLA
― 中間発表会までの活動を振り返って ―

福井大学大学院教育学研究科　堀　　裕　樹
琉球大学教育学部附属教育実践総合センター　伊　禮　三　之

本研究は高等学校数学科における整数の性質を対象としたものである。本稿では，Researcher- Like Activity（以下，RLA）という学習活動を取り入れた授業実践の報告を行う。RLAとは「研究者の活動の縮図的活動を学習の基本形態とする」学習活動を意味し，生徒自身が問題の条件を変更し発展させる活動である。この活動を授業に取り上げることで，生徒の主体性や問題に対する本質的な理解などが期待できる。また，本実践では和算を題材とした授業構成を行った。これは，RLAと和算の共通点が多かったことにある。本稿では和算を題材としたRLAによる授業の実践報告と，アンケートやSD調査を用いてどういった反応が得られたのかを報告する。

キーワード：RLA，整数の性質，和算，目付け絵，百五減算，継子立て，油分け算

１．　RLAと和算

１．１．　はじめに

我が国の数学教育の課題の１つに，国際的に高い学力を誇っているのにもかかわらず，数学に対する否定的な態度をもつ生徒の割合が高いことがあげられる。たとえば，OECD（経済協力開発機構）によるPISA調査（Programme for International Student Assessment）の結果からわかるように，日本の数学的リテラシーの平均得点はOECD加盟国中上位に位置している（表１）。

表１：数学的リテラシーの得点と順位

	2003年	2006年	2009年	2012年
日　本	534点 (4位/30か国)	523点 (6位/30か国)	529点 (4位/34か国)	536点 (2位/34か国)

しかし，PISA2012の生徒質問紙における「数学における興味・関心や楽しみ」指標の平均値は，参加65か国・地域中60位（OECD加盟国では31位／32か国）であった。また，それに関する４つの質問項目，①「数学についての本を読むのが好きである」，②「数学の授業が楽しみである」，③「数学を勉強しているのは楽しいからである」，④「数学で学ぶ内容に興味がある」に対して，肯定的に回答したわが国の生徒の割合はそれぞれ13%，26%，26%，33%であり，PISA2003に比べると有意に上昇したものの（国立教育政策研究所，2013），なお，OECD平均を大きく下回っている（図１）。「数学における道具的動機付け」指標については64位，「数学における自己概念」指標は63位，「数学に対する不安」指標は逆に12位と高く，数学に対する態度は否定的であることがわかる。

また，数学的リテラシーの問題にそくして調べていくと，同じ領域の問題であっても，課題内容によって日本の生徒の学力水準が異なっていることが観察される。それは，日本の生徒は，解法が１つに定まった問題に対して手続き的知識を正確に適応して解決することには秀でているが，概念的な理解に基づき，思考のプロセスを多様に表現することに関しては国際平均レベルであり，後者に対して考えを何も表現しない者の割合は国際平均を上回っている（藤村，2012）。

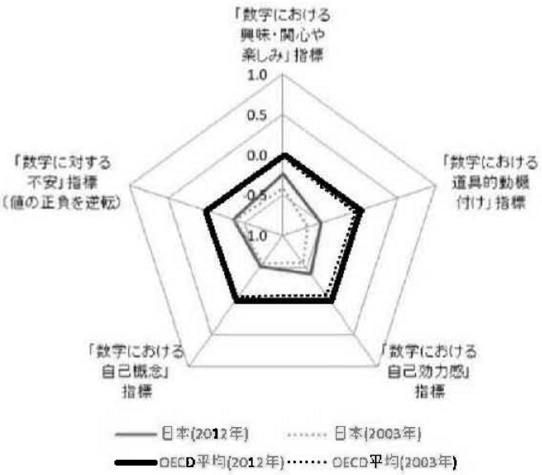


図１：日本の生徒の学習成果に関わる要因（経年変化）

こうした課題を受けて，中学校・高等学校の数学科では，「生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営み（数学的活動）」の充実が求められており，高等学校においては『数学Ⅰ・A』の内容に「課題学習」が位置づけられた。『数学Ⅰ』の課題学習では，(1)数と式，(2)図形と計量，(3)二次関数及び(4)データの分析の「内容又はそれらを相互に関連付けた内容を生活と関連付けたり発展させたりするなどして，生徒の関心や意欲を高める課題を設け，生徒の主体的な学習を促し，数学のよさを認識できるようにする。」と述べられている（高等学校学習指導要領，2009）。

福井大学教育実践研究　2015，第40号，pp59－70

実践報告･資料

和算を題材としたRLA
― 中間発表会までの活動を振り返って ―

福井大学大学院教育学研究科　堀　　裕 樹
琉球大学教育学部附属教育実践総合センター　伊　禮　三　之

本研究は高等学校数学科における整数の性質を対象としたものである。本稿では，Researcher- Like Activity（以下，RLA）という学習活動を取り入れた授業実践の報告を行う。RLAとは「研究者の活動の縮図的活動を学習の基本形態とする」学習活動を意味し，生徒自身が問題の条件を変更し発展させる活動である。この活動を授業に取り上げることで，生徒の主体性や問題に対する本質的な理解などが期待できる。また，本実践では和算を題材とした授業構成を行った。これは，RLAと和算の共通点が多かったことにある。本稿では和算を題材としたRLAによる授業の実践報告と，アンケートやSD調査を用いてどういった反応が得られたのかを報告する。

キーワード：RLA，整数の性質，和算，目付け絵，百五減算，継子立て，油分け算

1．　RLAと和算
1．1．　はじめに

我が国の数学教育の課題の１つに，国際的に高い学力を誇っているのにもかかわらず，数学に対する否定的な態度をもつ生徒の割合が高いことがあげられる。たとえば，OECD（経済協力開発機構）によるPISA調査(Programme for International Student Assessment）の結果からわかるように，日本の数学的リテラシーの平均得点はOECD加盟国中上位に位置している（表１）。

表１：数学的リテラシーの得点と順位

	2003年	2006年	2009年	2012年
日　本	534点 (4位/30か国)	523点 (6位/30か国)	529点 (4位/34か国)	536点 (2位/34か国)

しかし，PISA2012の生徒質問紙における「数学における興味・関心や楽しみ」指標の平均値は，参加65か国・地域中60位（OECD加盟国では31位／32か国）であった。また，それに関する４つの質問項目，①「数学についての本を読むのが好きである」，②「数学の授業が楽しみである」，③「数学を勉強しているのは楽しいからである」，④「数学で学ぶ内容に興味がある」に対して，肯定的に回答したわが国の生徒の割合はそれぞれ13%，26%，26%，33%であり，PISA2003に比べると有意に上昇したものの（国立教育政策研究所，2013)，なお，OECD平均を大きく下回っている（図１)。「数学における道具的動機付け」指標については64位，「数学における自己概念」指標は63位，「数学に対する不安」指標は逆に12位と高く，数学に対する態度は否定的であることがわかる。

また，数学的リテラシーの問題にそくして調べていくと，同じ領域の問題であっても，課題内容によって日本の生徒の学力水準が異なっていることが観察される。それは，日本の生徒は，解法が１つに定まった問題に対して手続き的知識を正確に適応して解決することには秀でているが，概念的な理解に基づき，思考のプロセスを多様に表現することに関しては国際平均レベルであり，後者に対して考えを何も表現しない者の割合は国際平均を上回っている（藤村，2012)。

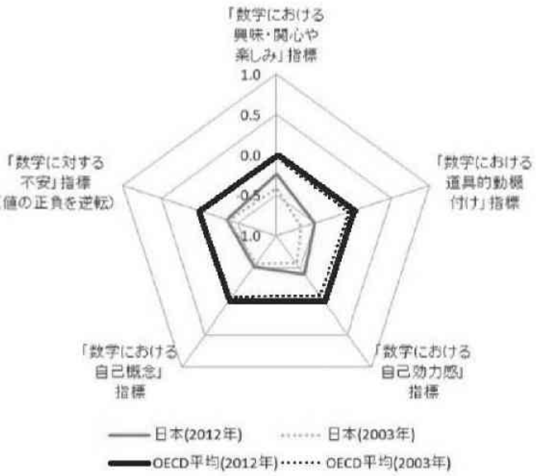


図１：日本の生徒の学習成果に関わる要因(経年変化)

こうした課題を受けて，中学校・高等学校の数学科では，「生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営み（数学的活動)」の充実が求められており，高等学校においては『数学Ｉ・Ａ』の内容に「課題学習」が位置づけられた。『数学Ｉ』の課題学習では，(1)数と式，(2)図形と計量，(3)二次関数及び(4)データの分析の「内容又はそれらを相互に関連付けた内容を生活と関連付けたり発展させたりするなどして，生徒の関心や意欲を高める課題を設け，生徒の主体的な学習を促し，数学のよさを認識できるようにする。」と述べられている（高等学校学習指導要領，2009)。

本研究では，学ぶ意欲を高め，探究的な学びを促し，数学的活動の充実を図る方策として市川伸一氏によって提起されたRLAに着目し，RLAという文脈の設定が，主体的・能動的な学びの契機になることを，学校設定科目「研究Ａ」の取り組みにおける中間発表会までの活動の様相から明らかにしたい。

１．２．RLAについて

RLAとは，「研究者になってみる活動」のことで，学習を内発的・外発的のいずれであれ，「勉強」として行わせるのではなく，目的的な「探求活動」に参加することによって成立させることをねらいとする。つまり，「研究者の活動の縮図的活動を学習の基本形態とする」学習活動を意味している。その有効性を整理すると次のようになる（市川，2004）。

表２：RLAの有効性

①　研究者の行っている探求活動は，子どもの本来的な興味・関心に根ざしている。
②　科学的研究活動は，文化的意義が広く認められている（それゆえ，子どもにも接してほしい）。
③　研究者の活動には，因果関係の推論，自分の考えの論理的な主張・表現，他者の意見の批判的検討など，市民生活を営む上での共通要素が多い。

ここで，数学者の研究活動について考えてみると，数学者の活動は主に次の４つの過程に分類することができる（狩俣，1996）。

表３：数学者の活動

①　問題を構成する活動
②　解を構成する活動
③　成果を論文などに表現する活動
④　学会等による相互評価や共有活動

数学における問題設定の重要性は，「ヒルベルトの問題」を持ち出すまでもなく専門の数学者にとって自明である。しかし，長い受動的な学習の経験しかない生徒にとって上記の活動の中で最も難しいのが「問題の構成」であろう。狩俣の実践（1996）では，「問題の構成」を「基本となる問題からの条件の変更による問題作り」に置き換えることで授業を構想している。最初の「問題の構成」を，「問題の条件変更」に置き換えることで，数学者の活動を次のように学習者の活動に対応させている。

表４：学習者の活動

①　条件変更などによる問題づくり
②　解の探求
③　レポート，ポスターの作成
④　論文集や模擬学会による相互評価や共有

ところで，竹内ら（1989）によれば「問題づくりの経験の少ない児童・生徒や，低学年の児童には問題がつくれないとか，つくっても数値を変えただけの問題にとどまっている等の場合が見られる。（中略）『原問題の変更可能な部分に着目して問題をつくり変える』という問題づくりの手法を理解させることが，大切なポイントとなってくる」ため，「生徒たちが問題をつくるためには，原問題で語られている問題場面を理解することと，問題場面を構成している数学的な構造を理解することが必要となる」（竹内・澤田，1989）。つまり，原問題の構成要素となっている部分を，類似なものやより一般的なものに置き換えたりすること等を通して，新しい問題をつくり，それを解くことによって得られた知識は，原問題についての深い理解をもたらすことが期待できる。さらに，レポートやポスターに表現したり，模擬学会の場を設けたりすることで，「原題と新しくつくった問題との関係をみて，問題の内容・構造をより深く理解できることを感得させ，発展的に考察することの意義を確認させる。さらには，つくった問題を第2次原題として次々と連続して発展させることもできる」（澤田・坂井，1995）し，このような学習活動の展開により，数学的な思考力・判断力・表現力を育成することができると考える。

さて，教師にとって問題づくりの意義は明らかだとしても，生徒にとっても同様な意義を実感させながらいかに日常の授業に無理のない形で取り入れていくかが課題となる。「研究者になってみる活動」は，生徒にとってもっとも自然な文脈の設定であり，条件変更などによる問題づくりの必然性にも気付きやすく，RLAの価値も受容しやすい。狩俣の実践(1996)では，そうしたRLAという文脈を設定することで，生徒が目的的な探究活動として問題づくりに取り組むことが示されているが，数学教育におけるRLAという文脈の設定は，すぐれて彼の発見だといえるだろう。近年話題になりつつある「アクティブ・ラーニング」の重要な一例ともなる可能性を秘めている。

１．３．和算について

和算は，中国から伝えられた数学をもとに江戸時代に発達した日本独特の数学である。和算には西洋の数学に見られない特徴がある。その１つが，遺題承継である。遺題承継とは，数学者が著書の最後に，解答を付けずに問題のみを掲載すると，別の数学者が自分の著書にその解答を示し，また新たに解答を付けず問題を掲載するという仕組み（平山，2007）である。著書で問題を提示する以上，それに相当するレベルの問題が選択され，これを繰り返すことが続けば続くほど問題が難しくなり，次々と受け継いでいくことで和算の発展は促されてきた。明治に入り，日本の近代化を促進するため教育現場では西洋数学を取り入れることが決定され，そのことがきっかけとなり和算独自の発展は170年ほどで幕を閉じること

となった（平山，2007)。しかし，170年間も遺題承継は続き発展し続けてきたのである。

また，算額も和算の特徴の１つである。算額とは，数学の問題を解答と解法を載せて木の板に描いた絵馬のようなもので，和算家によって神社や寺に奉納された（佐藤，2002)。この算額には数学の難問が解けたことや数学の力が身についたことを感謝する意味やその問題を多くの人に知らせる意味が込められている（平山，2007)。また，江戸時代の一般庶民も数学が好きだったことが知られており，進んで学びその成果を機会があれば発表していたという（佐藤，2002)。このように難問を解いたことを他の和算家に伝えることを楽しみとしたこともあり，算額も遺題承継と似たように発展し，和算の進歩に影響を与えた。このような算額は福井県にも存在する。さらに，先に掲げられた問題を解いて別の問題を示すという習慣から，遺題承継や算額の問題では，原問題の条件を変更した問題や発展させた問題もある（佐々木，1982)。

１．４． RLAと和算の親和性

和算には，先述した通り，次の２つの習慣があった。

① 遺題承継―問題だけを載せて，他の人に解答を求め，さらに問題を提出する

② 算額奉納―数学の問題や解答を額などに書いて，神社・仏閣に奉納する

こうした活動は，現在の数学者の活動となんら変わるところはない。数学者の活動と対比すると，次のようになる（表５)。

表５：数学者の活動と和算家の活動の対比

数学者の活動
① 問題を構成する活動
② 解を構成する活動
③ 成果を論文などに表現する活動
④ 学会等による相互評価や共有活動

↕

和算家の活動
① 問題を構成する活動（遺題）
② 解を構成する活動
③ 成果を本や算額などに表現する活動
④ 遺題承継や算額奉納による共有活動

現在の専門の数学者の活動と大きく異なるのは，この活動に和算家だけでなく一般の庶民も参加していたことである。RLAでは，まさに研究者の縮図的活動ということで，専門の数学者ではなく素人である生徒が，原問題の条件を変更するなどして自分なりに問題を設定し探究する，その過程は和算家の活動に庶民も参加していく点において親和性が高い。こうした点からも，和算の問題を授業に原問題として組入れることで，より自然な脈絡の中でRLAに取り組むことができるのではないかと考えている。

本稿では，和算を題材として４つの原問題を設定し，グループに分かれて原問題から条件変更してつくった問題について解の探究を行い，成果をまとめて発表するという，RLAの実践を報告する。本実践に取り組むこととなったきっかけは，沖縄県立普天間高等学校で開催された第１回RLA研究会において，富山国際大学附属高等学校の川西嘉之教諭（2015）による発表で，「百五減算」の存在を知ったことからである。そこから和算の問題に関心を持ち，和算について調べたところRLAとの共通点に気づいたのである。取り上げる和算は，高校「数学A」の「整数の性質」の単元を想定して，整数に関する問題をピックアップした。

以下に，和算を題材としたRLAの実践報告を行う。

２．本実践の構成

２．１． 実践の構成

本実践は，福井県立藤島高等学校第２学年の学校設定科目「研究Ａ」（SSHの一環として行われる選択授業）において行った。この科目の選択者は45名，１単位の授業である。年間計画は表６の通り。本実践は，年間を通して計33時間というロングスパンの予定で，2015年９月２日現在，継続中である。本稿では，2015年４月20日から７月13日までの１月期中間報告会までを振り返り，和算を題材としたRLA活動の成果と課題についてアンケート調査をもとに考察する。生徒たちは，中間報告会を終えて感じたことや考えたことを踏まえて，２月期以降継続した内容を探究する予定である。

表６：「研究Ａ」の年間計画表

学 期	内　　容	配当時間
１学期	原問題についての全体講義	3
	RLAについてのオリエンテーションとグループ分け	1
	探究活動	3
	中間報告会のオリエンテーションと準備	3
	中間報告会	2
２学期	探究活動(継続)	10
	プレ発表会	2
３学期	探究活動(本発表に向けての準備)	6
	課題研究発表会	3
合 計		33

２．２． 整数の性質

「整数の性質」は，平成20年高等学校学習指導要領改訂時に「数学Ａ」において新設された内容である。整数の性質は，数学や論証における基礎となる分野である。学習指導要領（2009)では，「数学Ａ」について，「この科目では，具体的な事象の考察を通して，数学のよさを認識し，論理的に推論を進めるための学習に役立つ内容を取り上げること」（文部科学省，2009）と述べられており，また，整数の性質を様々な事象の考察に活用することも必要だと記されている。

そのためには，やはり整数の性質をもとに事象を読み

取るよさを実感する必要があると考える。和算の特徴として，問題の多くが現実の事象と関連付けたものになっているため，学習指導要領（2009）が示すように「具体的な事象の考察」を行うことができ，整数の性質で事象を読み取るよさも実感できるのではないかと考えている。

３．扱った題材と指導案について

本章では，原問題として取り上げた和算の中の「目付絵」，「百五減算」，「継子立て」，「油分け算」の４つの題材について報告し，考察を行っていく。

３．１．目付絵

目付絵とは，図２のような円盤状のもので，中心には数字の書かれた小さめの円盤があり，動かせるようになっている。遊び方は表７の通りである。

表７：目付絵の遊び方の説明

①相手に内側の小さな円盤を回してもらい，好きなところで止めてもらう。また，出題者はこの作業を見ないものとする。
②相手に好きな果物を選んでもらい，そこにある果物を数え始めとして，内側に書いてある数字分だけ選んだ果物から時計回りに進んだ位置にある果物を覚えてもらう。
③円盤を見せてもらい，相手が覚えた果物を言い当てる。

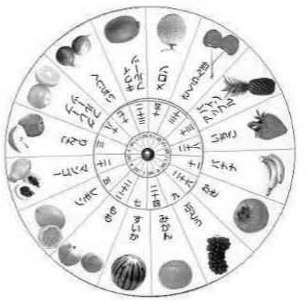


図２：目付絵（佐藤，2006より引用）

目付絵は江戸時代の遊びで，その当時は浮世絵が流行していたことから，絵の部分は人気のあった歌舞伎役者の絵が描かれており，庶民のちょっとした数学の手品遊びとして流行したようである（佐藤，2006）。

この円盤は16等分されていて，数字のみに着目すると，17から反時計回りに16で割った余りが１，２，３，…，16となるように並べられている。17以上の数でも結局16数えたところで１周して元の位置に戻るため，その位置からは16で割った余り分だけ進むということと同値である。つまり，16で割った余りが１から順に反時計回りになっているということは，どこの果物から始めても最終的には必ず17の位置の果物に戻ることになる。従って，17の位置にある果物を言うことで，相手が覚えた果物を言い当てたことになるという仕組みになっている。

このように，目付絵は整数の性質の中でも余りに着目することで，その構造を明らかにすることができる。

第１時に扱った，目付絵を題材とした本実践の指導案が巻末資料１である。１時間目の導入ということもあり，目付絵の内容と関連付けて，１年生で学習した合同式の復習も行った

３．２．百五減算

百五減算とは古くから伝わる数当てゲームで，江戸時代，吉田光由によって記された「塵劫記」に記載されていたことが，復刻版の塵劫記（和算研究所，2005）からわかる。実際に塵劫記では，表８のように紹介されている。

表８の例の数を当てる方法とは，７で割った余りには15を，５で割った余りには21を，３で割った余りには70をかけ，この３つを合計した数から105をできる限り引くという方法である。

表８：百五減算の紹介

たとえば，碁石などが86個あったとして，その数が86ということを知らないで，それがいくつかと聞かれたときに，
まず，その数から７を引けるだけ引いた残りが２
また，その数から５を引けるだけ引いた残りが１
また，その数から３を引けるだけ引いた残りが２
この残りを聞くだけで，その数を当てる方法がある。

これは，15は７で割ると１余り（15≡１mod7），３と５で割り切れる（15≡０mod15）こと，21は５で割ると１余り（21≡１mod５），３と７で割り切れる（21≡０mod21）こと70は３で割ると１余り（70≡１mod３），５と７で割り切れる（70≡０mod35）ことが関係している。つまり，上の問題の条件でいうと，３つの合計した数は７で割ると２余り，５で割ると１余り，３で割ると２余る数となる。しかし，これは105（３×５×７＝105）ごとに生じる数であるから，105をできる限り引くことによって条件に当てはまる数を求めることができるのである。百五減算も目付け絵と同様に，合同な性質を利用することでその構造を明らかにすることができる。

３．３．継子立て

継子立てとは，昔ながらの社会背景から生じた話である。「塵劫記」には問題としてではなく，図３のような話として記載されていたことが，復刻版の塵劫記（和算研究所，2005）からわかる。

このように，後継ぎを決める際に子どもを並べて一人ずつ除いていくという方法を採用していたという話が紹介されている。継子立ては歴史が古く，370年に西洋で「ヨセフスの問題」（山下，2015）というものが取り上げられているようだ。ヨセフスの問題も，人を環状に並べ，何番目かの人が順に選ばれていくというものである。

この話をもとに２つの問題を作成した。それは，

① 後妻は，先妻の子と後妻の子をどういった順序で並べれば15人の先妻の子を先に除くことができ

図３：継子立て（和算研究所，2005より引用）

ある人に子どもが 30 人いた。そのうち 15 人は先妻の子で，15 人は後妻の子であった。あるとき，子どもを図のように並べて，ある子から数え始めて，10 番目，20 番目，…に当たる者を除き，最後に残ったものに家を継がせると宣言した。

さて，数えだしてみると，先妻の子ばかりが 14 人除かれて，もう１回数えると，先妻の子が全部除かれる事態になった。最後に残った子は，「これではあまりに一方的な除かれようです。以後は私から数えてみてほしい。」と言った。もっともなので，やむなく残った先妻の子から数えたが，今度は後妻の子がそっくり除かれて，先妻の子が残り家を継ぐことになった。

ると考えたのか。

② 16人（先妻の子1人，後妻の子15人）の子がいるとき，ある子（先妻の子）から始めて10番目ごとに除いた場合，最後に残る子が数え始めの子（先妻の子）であることは真実か。

という問題である。

前者の問題は，30人並べたときに10番目，20番目，…に当たる部分が先妻の子となるように実際に数えて並べるだけで求めることができるため，それほど困難ではない。これは，最初の人数（総数）や飛ばす人数（脱数）を変更しても問題や解に本質的な変化は生じないと考えられる。後者の問題も，実際に数えていき真か偽かを確かめるだけで問題に対する解を得ることができる。しかし，総数が16で脱数が10のときは数え始めの人が残ったが，他の場合でも必ず数え始めの人が残るわけではない。

たとえば，総数が４で脱数が２のとき，数え始めの人が残る。また，総数が８で脱数が２のときも数え始めの人が残る。実は，脱数が２の場合は，総数が 2^n（n は非負整数）のときに数え始めの人が残るのである。

総数が 2^n のとき，１周目ですべての２の倍数が除かれ，最後に除かれた人は 2^n 番目である。つまり２周目の数え始めの人は，1周目の数え始めの人と同じ人物であることがわかる。また，１周目が終わった時点で残った人数は $2^n \div 2 = 2^{n-1}$ 人である。２周目で最後に除かれる数は 2^{n-1} 番目で，３周目の数え始めも，１周目と同じ人物になり，残っているのは 2^{n-2} 人である。つまり，総数が 2^n で脱数が２のとき，k（$1<k<n$）周目の数え始めの人は１周目の数え始めの人物と同じであることがわかる。また，１周目，２周目，３周目…と数えていくと，残る人数はそれぞれ 2^{n-1}，2^{n-2}，2^{n-3}，…となる。ここで，n 週目のとき残る人数は $2^{n-n}=1$ 人となり，その人物は１周目の数え始めの人物となることがわかる。これで，脱数が２の場合は，総数が 2^n（n は非負整数）のときに数え始めの人が残ることが示された。

ここで，脱数が10の場合を再び考えると，総数が２のとき，たしかに数え始めの人が残る。しかし，総数が４のときは４番目の人が残り，脱数が10の場合は総数が 2^n でも数え始めの人が残るとは限らない。このように，後者の問題は条件を変更することによって，問題や解に変化が生じるのである。そのため，前者は継子立ての話を理解するための問題，後者は主に条件変更する問題と位置づけて授業を構成した。

巻末資料２が百五減算と継子立てを題材とした本実践の指導案である。時間の都合上，今回の実践では百五減算と継子立てを同時間内に扱った。

３．４．油分け算

油分け算とは，その名の通り，油を量り分けるための計算である。その計算を問題へと発展させたものが油分け算である。これも塵劫記に，図４のように記載されていることが復刻版の塵劫記（和算研究所，2005）からわかる。

藤村ら（1985）によると，「油分け算」は江戸時代初期（17世紀）から知られており，15世紀のフランスの数学者の出典の本にも「ぶどう酒の量り分け」の問題として紹介されているそうである。また，1995年に放映されたブルース・ウィルス主演の映画「ダイ・ハード３」（ジョン・マクティアナン監督）のワンシーンでも，5ガロンの容器と３ガロンの容器で４ガロン用意するという油分け算の問題が扱われている。

実際の授業では，最初に「ダイ・ハード３」の問題に取り組み，油分け算がどういったものかを共有した後に塵劫記の問題に取り掛かった。

「ダイ・ハード３」で扱われている「油分け算」の問題の解法は２通りあり，それぞれの解法について，表９

桶の中に１斗(10升)の油が入っている。これを５升ずつの２つの油にわけたいが，手元には７升ますと ３ 升ますが一つずつしかない。

どのようにすれば，7升ますに５升の油を汲みだせるか。ただし，いったんますに汲み出した油でも，また，桶の中に戻せるものとする。

図４：油分け算（和算研究所塵劫記委員会，2005より引用）

を用意し行った手順がわかるように書き残すよう促した。

表９：ダイ・ハード３の解答

５ガロン	３ガロン
5	0
2	3
2	0
0	2
5	2
4	3
4	0

５ガロン	３ガロン
0	3
3	0
3	3
5	1
0	1
1	0
1	3
4	0

授業の展開としては，表９から油の増減について着目し，それぞれの容器を使う回数が一次不定方程式の解になっていることを確認した。

上述したように，油分け算は一次不定方程式と関わっている。a 升の容器と b 升の容器があるとして，その２つで c 升を作るということは，a 升の容器と b 升の容器をそれぞれ x 回，y 回使って c 升を作るということを意味している。つまり，下のような式を満たすということである。

$$ax + by = c$$

表９の結果から，ダイ・ハード３の問題では5ガロンの容器で２回汲み，３ガロンの容器で２回捨てるか，３ガロンの容器で３回汲み，５ガロンの容器で１回捨てることで4ガロンを作ることができる。汲むことは「＋」，捨てることは「－」として考えると，

左の表　→　$5\times2-3\times2=4$

右の表　→　$5\times(-1)+3\times3=4$

となって，成立していることがわかる。

以上より，油分け算は整数の性質の中でも一次不定方程式を利用することでその構造を明らかにすることができる。

巻末資料３が油分け算を題材とした指導案である。

４．生徒の探究活動の様子

探究内容の班の内訳は，目付絵が２班，百五減算が３班，継子立てが３班，油分け算が４班となった。

どの班も最初は原問題を改めて考え直すということからスタートしていた。全体講義から少し時間が空いたこともあり，その問題で問われていることは何か，どう考えて解を得たのか思い出し，自分たちが条件変更を行う際の参考にしていた。

以下では，それぞれの内容に関しての生徒たちの探究経過を述べる。ただし，全体として中間発表まで探究の時間が3時間しかなかったため，問題の特定まではいたらなく，試行錯誤の段階にとどまっている。

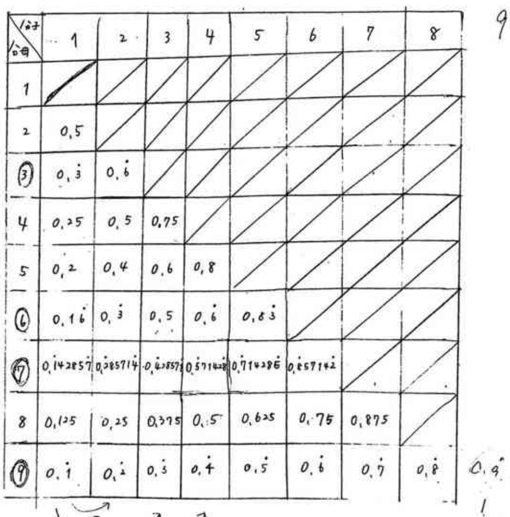
４．１．目付絵

片方の班(以下，Ａ班)は1/k(1≦k≦22, k∈N)を小数に表したもののうち，割り切れるものについては特に深く扱わず，循環節を持つものに着目して探究を進めていた。分子を1と固定して計算していくうちに，「５より大きい素数で割った数は循環節を持ち，その倍数も循環節をもつ」と仮説をたてた。さらに，素数について，何か関係性がないかを調べるため，素数の階差数列を考えていた。何も法則は見つかっていなかったが，これからもインターネット等を利用して素数に関して探究し，仮説の証明に役立てようと考えていた。このように，自ら様々な視点から数の関係性について考える姿が見受けられ，ある事象に対して整数の性質という観点で見る力が育まれていることがわかる。また，この班の生徒たちは，割り切れる場合の循環節を1として扱っていたが，同じ数字が連続する(1/3=0.333…など)場合の循環節も１として扱っていたため，そこは今後の探究において修正するようアドバイスする予定である。

もう一方の班(以下，Ｂ班)は，分母を同じように変更しているが，分子も同様に変更し，分母と分子をそれぞれn(1≦n≦9, n∈N), k(1≦k≦n−1, k∈N)とおいて計算して以下の表にまとめ，分母がどういった数の場合に割り切れるのか，循環する小数に規則性はないかを考えていた。この班は当初，割り切れる場合の数についてn=2, 4, 5, 8の場合であることには気付いたが，分母の因子が2, 5のみの場合であることには気づいていなかった。また，循環小数に関しては特に何か性質が見つかったというわけではなかった。

これからの探究ではnの範囲を変更し(10≦n≦19)として考えようとしている。

自ら進んで探究している姿は見受けられたが，具体的な数でのみ考えており，数の拡張に制限がかかっている。今後の探究においては，有限小数になる条件を発見できるようにサポートした後，循環節の長さについて方向付ける。



分母＼分子	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2	0.5								
3	$0.\dot{3}$	$0.\dot{6}$							
4	0.25	0.5	0.75						
5	0.2	0.4	0.6	0.8					
6	$0.1\dot{6}$	$0.\dot{3}$	0.5	$0.\dot{6}$	$0.8\dot{3}$				
7	$0.\dot{1}4285\dot{7}$	$0.\dot{2}8571\dot{4}$	$0.\dot{4}2857\dot{1}$	$0.\dot{5}7142\dot{8}$	$0.\dot{7}1428\dot{5}$	$0.\dot{8}5714\dot{2}$			
8	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875		
9	$0.\dot{1}$	$0.\dot{2}$	$0.\dot{3}$	$0.\dot{4}$	$0.\dot{5}$	$0.\dot{6}$	$0.\dot{7}$	$0.\dot{8}$	$0.\dot{9}$

図５：分母n, 分子k(2≦n≦9, 1≦k≦n−1)としたときの小数の値をまとめた表

４．２．百五減算

百五減算を選択した班は，２つの班は百五減算の105を違う数値に変更して，残りの１班は一般化について探究を進めていた。

数値を変更した班はどちらも具体的な数値を代入して考えた後，一般化について考えていた。また，割る数３，５，７に関して，他に考えることができる数は何があるかを考えていた。様々な場合を考えた結果，割る数に関しては互いに素であればよいのではないかという仮説をたてたが，証明にはたどり着いていなかった。

１つの班（以下，Ｃ班）は一般化についてインターネットなどを利用しながら取り組んだ結果，フェルマーの小定理にたどり着いていた。これは高度な内容になるが，今後の探究でフェルマーの小定理を用いて証明したいと考えているため，教師側もそのサポートをしていく必要がある。また，これは高度な内容に関することも積極的に探究したいという学習意欲があると判断できる。

もう一方の班（以下，Ｄ班）は，具体的な数値（1155=３×５×７×11など）を代入したところで，計算方法を工夫できないかという視点で探究を進めた。これは，百五減算を考えた際，割った数のあまりに70をかけることが面倒だと考えたからである。その結果，余りにかける数を負の数を用いて表すことで，数値が大きくならないことを発見した。さらにそれを拡張し，すべての余りにかける数を負の数で表すことで，合計した数に105を足していくことで相手の思い描いた数を当てることができるという，百五増算を編み出していた。これは，全体講義では扱っていないが，合同を負の数まで拡張して行った結果である。この結果についても，積極的に探究したいという学習意欲から生じたものだと考えられる。

数値変更を行う前に一般化について探究した班（以下，Ｅ班）も手が詰まって，結局数値変更を行っていた。しかし，一般化することはできなかった。今後の探究では，生徒に一般化の方向性を示すとともに，高度な内容に関する内容のサポートが必要となる。

４．３．継子立て

継子立てに関しても，すべての班が総数，脱数の変更を行っていた。２つの班はその中でも総数ｎ,脱数２の場合を主に考えていた。残りの１班は総数を原問題の半分である15人で固定し，脱数を変更して探究を進めていた。

脱数を２に固定した２つの班は，どちらも数え始めの人が最後に残る場合の総数について探究していた。片方の班（以下，Ｆ班）は丸を書いてひたすらに計算していたが，もう一方の班（以下，Ｇ班）はおはじきを用いて環状に並べ考えていた。具体物を用いることでより効率的に探究できると考えたようである。

Ｆ班は，分担して計算し表を埋めることで，最後に残るものの番数について，全体の数を$2^n+\ell$（$2^n>\ell$とする）としたとき，$2\ell+1$番目が最後に残るという規則性を発見していた。また，この結果から，数え始めの人が残るのは総数が2^nの場合であることも導いていた。

しかし，Ｇ班は数え方が違っていたため，発表の際にF班と異なる結果になってしまっていた。Ｆ班からこの発表に対しての質問はなく，RLAにおける共有活動がうまくいかなかったことがわかる。共有活動はRLAにおいて，より理解を深めるなど重要な役割を果たすため，今後の最終発表や準備段階でサポートする必要がある。具体的な手立てとして，少なくとも同じことを探究していた班は疑問に感じる点があったはずであるから，積極的に意見交換を行うことを促していくなどが挙げられる。

また，総数を15と固定し脱数を変更していた班（以下，Ｈ班）は，センター試験などに用いられるマークシートを有効活用し，図６の表を作成した。１列目は脱数を，各行の上段は，除いては区切るということをせず，全てを通して何番目が除かれたか(つまり，何回目で除かれたか)を示し，下段は何番目が除かれたかを示している。

15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225
	15	1	3	6	10	2	11	8	9	14	13	7	5	12	4
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210
	14	13	15	2	5	9	3	11	10	1	8	4	7	6	12
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195
	13	11	10	12	15	3	7	2	14	1	6	8	9	4	5
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180
	12	9	7	6	8	11	15	4	1	14	3	2	13	10	5
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165
	11	7	4	2	1	3	6	10	15	13	14	9	5	8	12
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
	10	5	1	13	11	9	12	15	4	14	8	3	6	2	7
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135
	9	3	13	8	5	2	1	4	7	12	10	11	6	14	15
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120
	8	1	10	4	14	11	7	6	9	13	3	2	12	5	15

図６：生徒の発表資料(一部抜粋)

４．４．油分け算

どの班も容器の数値を変えたり，初期の油の量を変えたりして探究を始めていた。その結果，１つの班はどういった条件のとき測り分けることができるかに着目していた。また，もう１つの班は使用する油の量に制限を設けて計り分けが可能か調べていた。残りの２班は容器の使用回数や初期の油の量の制限について着目していた。

どういった条件のときに測り分けることができるかに着目した班(以下，Ｉ班)は，初期の油の量を20と設定し，使用する容器を１から19のうち，合計して20になる２つの組み合わせで10升ずつに測り分けることができるかの探究を進めていた。この結果として，「使う升の組み合わせによって１升を作ることができれば，10升ずつに分けることができる」ことと「大きい升と他方の升を何倍かしたものとの差が２になれば10升ずつに測り分けることができる」という２つの仮説を立てた。この仮説は成立するが，具体的に当てはめて測り分けることができるかを考えた際に誤っている部分が存在したため，この仮説は成立しないと考えていた。誤っている部分の修正が

今後の教師のサポートとして必要となってくる。しかし，生徒たちの今後の探究として一般的に考えることや証明が必要だと考えており，主体的に探究に取り組むことができていると考えられる。さらに，これは数学的な根拠を用いて判断する必要があると考えていることを示しており，数学的リテラシーに通ずる部分があると考えられる。

使用する油の量を制限した班（以下，Ｊ班）は，最初に容器の使用回数を設定して探究していたが，考えても規則が見えてこなかったため探究内容を変更した。そこでk∈Nとして，(k+2)升の油を(k+1)升の容器とk升の容器で{(k+2)/2}升ずつに計り分けることが可能かについて調べ始めた。探究内容を途中で変更したこともあり，証明にはまだできていなかった。しかし，中間発表の発表方法は工夫されており，そのことについて探究していない班にもわかるように，ペットボトルを切ったものを容器として実際に油分け算を行いながら発表していた。

使用回数に着目した２つの班（以下，それぞれＫ班，Ｌ班）は，最短手順を求める際に具体的な数値を当てはめて実際に行って考えたり不定方程式で得た解との関係を考えたりしていたが，どちらの班も回数に関する関係は特に見つけることができずにいた。今後の教師のサポートとして，グラフを用いて考える解法を紹介するなど別の視点から回数に関して考えるように促すことが必要になる。しかし，容器は変えず測りわける量を変えた場合の回数はどう変化するか探究したいと考えている班もあったため，介入するときは探究の方向性を教師側から与えすぎないように留意する必要がある。

表10が，それぞれの班の中間発表における発表内容である。また，発表時の様子を図７に示す。

表10：各班の中間発表時の内容

題　材	班	発表内容
目 付 絵	A	1/k(1≦k≦22, k∈N)として割進める
	B	n/k(1≦n≦9, n∈N, 1≦k≦n−1, k∈N)}として割進める
百五減算	C	百五減算の一般化
	D	百五増算
	E	百五減算の一般化
継子立て	F	総数n(n∈N), 脱数2の条件変更
	G	総数n(n∈N), 脱数2の条件変更
	H	総数15, 脱数n(1≦n≦15, n∈N)の条件変更
油分け算	I	初期の油20升, 容器(n, 20−n)(1≦n≦19, n∈N)とした条件変更
	J	使用する油の量を制限した条件変更
	K	最短手順と容器の大きさとの関係
	L	不定方程式の解と最短手順の回数との規則性

図７：「油分け算」を条件変更した班の発表の様子

５．授業実践の分析

５．１．SD調査結果

本実践では，１時間目の授業を行う前と条件変更の原問題となる４つの題材について全体講義を終えた３時間目の授業終了後に数学に対するイメージの変容があるかその変化を調べるため，SD（Semantic Differential）法によって実施した。SD法は様々な分野で使われる調査方法であるが，教育分野では，教科に対する情意面や態度の測定方法として利用されている。

このイメージの変化を調査することによって，授業が生徒の数学に対するイメージにどう影響を与えたかがわかる。影響を与える大きな要因として考えられるのが授業で扱った教材についてである。本実践では，和算という教材が生徒たちの数学に対するイメージや態度等にどういった影響を与えているかを調査した。なお，調査用紙には前川公一(1982)によって作成された「授業評価観点表」を利用した。結果は表11の通りである。有意水準は５％で設定する。

表11：授業前後の比較

調査項目		授業前(44人)		授業後(43人)		t	t検定
		平均値	標準偏差	平均値	標準偏差		
1	明るい－暗い	2.21	0.8326	1.91	0.7811	1.7285	p<0.05
2	柔らかい－硬い	2.67	0.9186	2.23	0.8954	2.3216	p<0.05
3	温かい－冷たい	2.56	0.8253	2.16	0.8979	1.9219	p<0.05
4	おもしろい－つまらない	1.49	0.5508	1.58	0.6261	−0.8250	Ns
5	活発な－おとなしい	1.84	0.8432	1.77	0.8117	0.2859	Ns
6	真面目な－不真面目な	1.63	0.7245	1.81	0.7321	−1.2847	Ns
7	親切な－不親切な	2.56	0.8253	2.26	0.9782	1.4981	p<0.1
8	のびのび－こせこせ	2.07	0.7987	1.93	0.8279	0.7955	Ns
9	まとまりのある－ばらばらな	1.79	0.8035	1.70	0.6375	0.4834	Ns
10	ゆるんだ－緊張した	2.95	0.7854	2.58	0.9318	2.1369	p<0.05
11	愉快な－不愉快な	2.05	0.7545	1.74	0.6208	2.0456	p<0.05
12	やさしい－難しい	3.19	0.7945	2.49	0.9849	3.7275	p<0.01
13	自由な－きゅうくつな	1.95	0.8151	1.98	0.9383	−0.2382	Ns
14	好きな－嫌いな	1.67	0.7471	1.79	0.8035	−0.7923	Ns
15	簡単な－複雑な	3.19	0.7639	2.79	1.0132	2.1534	p<0.05
16	良い－悪い	1.65	0.6860	1.63	0.6181	0.0604	Ns
17	楽しい－苦しい	1.77	0.8117	1.72	0.7661	0.1718	Ns
18	目のさめる－眠くなる	2.05	0.8985	1.84	0.8432	1.1212	Ns
19	軽い－重い	2.86	0.6755	2.51	0.9605	2.0866	p<0.05
20	わかりやすい－わかりにくい	2.37	0.7245	2.09	0.8111	1.7825	p<0.05
21	満足な－不満足な	1.91	0.6479	1.79	0.6384	0.8635	Ns
22	積極的な－消極的な	1.77	0.5706	1.74	0.5387	0.2411	Ns
23	短い－長い	2.84	0.7214	2.67	0.7471	1.0632	Ns
24	とけこめる－とけこめない	2.00	0.6547	1.98	0.7712	0.1525	Ns
25	らくな－きつい	2.93	0.7036	2.42	0.8517	2.9215	Ns

まず，授業前後の平均値の等分散が仮定できるかどうかを調べるためＦ検定を行った。その結果，分散が等しくないと仮定される項目は(9)，(12)，(19)の３項目あり，その３項目については分散が等しくないと仮定した２標本によるｔ検定を，残りの項目は等分散を仮定した２標本によるｔ検定を行った。

SD調査結果からわかるように，(12)やさしい−難しいという項目のみ，１％水準で有意差が見られた。また，(1)，(2)，(3)，(10)，(11)，(15)，(19)，(20)の８項目において，５％水準で有意差が見られた。

５．２．アンケート調査結果

本実践ではSD調査の他に，原問題の授業に対する選択形式２題と自由記述１題のアンケート調査も３時間目終了時に実施した。これは，生徒が和算に興味を持つことができたか，扱った題材がRLAに適していたかを調査することを目的として実施した。表12に，アンケート調査の一部抜粋したものを示す。

表12：授業についてのアンケート結果（一部抜粋）

- 内容はとても難しかったが，現実的な例などを想像して考えることができたのでおもしろかった。解を導くまでに時間がかかったが，このようなことを研究していくのは興味深いと思った。
- 継子立てについて，結局調べてあてはめただけなのかと思った。
- 数字遊びの例題が多かったので楽しかったです。
- 整数が日常の生活にいきてきて楽しかった。
- そんなに難しい内容ではなかったのでよかったです。遊びみたいでも，方程式とかを使うことになるというのがすごいと思いました。
- 数学の歴史はとても興味深いものだと思った。
- 数学で習ったことが日常生活の中にも隠れていることがわかり，今後役に立ちそうだと思った。
- より数学を知れてる感じがして面白い！！
- 昔から数学は重宝されていたのだなあと思った。
- 油分け算などはもともと知っていたが数学的に文字を使って解けるということを知った。
- 高校数学をこんなところにも活用できることに驚いた。
- 不定方程式やmodは意外と日常でも使えるなと思いました。
- パズルのように解いた問題にも数学で習ったことが使えて面白いと思いました。
- 江戸時代の人が研究していたことが今の数学につながっているなあと思いました。少し興味もわいてきましたが，考えるのは難しかったです。

アンケートの調査結果について和算や題材についての肯定的な意見と否定的な意見に分類したところ，「面白い」，「楽しい」や「興味深い」と感じている生徒が多く見受けられた一方で，「難しい」と感じた生徒も少数ではあるが見受けられることがわかった。

さらに，中間発表終了時に，RLAの活動についてのアンケート調査を行った。それぞれの項目について，１～４の４段階（１から順に，あてはまらない，あまりあてはまらない，少しあてはまる，あてはまる）で評価するアンケートを用意した。これは，RLA活動について生徒がどう取り組んだか，RLA活動はうまく機能していたのかについて調査することを目的として実施した。また，学習者の活動（表４）に着目して分析できるようにそれぞれの設問を設定した。結果は表13の通りである。

これらのアンケート調査結果について，次節で考察する。

項目	1	2	3	4
＜和算の授業について＞				
(1)和算の問題はおもしろかった。	0.0%	9.5%	54.8%	31.0%
(2)和算の問題について解を自分で考えようとした。	0.0%	11.9%	35.7%	45.2%
(3)仕組みを理解して実際に和算を使うことができた。	4.8%	35.7%	35.7%	19.0%
(4)和算に取り組む中で新たな発見があった。	0.0%	19.0%	47.6%	28.6%
(5)和算の問題の探究活動に一生懸命取り組んだ。	0.0%	7.1%	33.3%	52.4%
＜条件変更について＞				
(6)積極的に条件の変更を行うことができた。	2.4%	21.4%	31.0%	40.5%
(7)気付いた事や疑問点などをグループ内で話し合った。	2.4%	9.5%	40.5%	40.5%
(8)条件変更後の問題について積極的に取り組むことができた。	2.4%	14.3%	28.6%	50.0%
(9)役割などを分担し自分にできることを精一杯取り組んだ。	2.4%	9.5%	38.1%	42.9%
＜中間発表について＞				
(10)発表のための準備ができた。	0.0%	38.1%	40.5%	16.7%
(11)グループで協力して準備ができた。	0.0%	26.2%	35.7%	31.0%
(12)分りやすい発表ができた。	2.4%	35.7%	50.0%	9.5%
(13)他のグループの発表に創意・工夫が感じられた。	0.0%	11.9%	50.0%	33.3%
(14)他のグループの発表を聞いてさらに理解が深まった。	0.0%	14.3%	45.2%	33.3%
(15)他のグループの発表を聞いてさらに考えたいことが増えた。	0.0%	19.0%	42.9%	31.0%
(16)RLAの活動は全体的に満足できるものだった。	0.0%	11.9%	59.5%	21.4%

表13：回答の内訳

５．３．SD調査結果とアンケート調査結果からの分析

SD調査結果とアンケート調査結果を照らし合わせて，本授業の分析を行う。

SD調査結果（表11）では，１％水準で有意差が見られたのは「(12) やさしい–難しい」という項目のみだった。また，アンケート調査結果（表12）には，「そんなに難しい内容ではなかったのでよかったです。」や「継子立てについて，結局調べてあてはめただけなのかと思った。」という意見がある。これは，RLAにおける原問題の扱いの特性に起因すると考えられる。

RLAで扱う原問題については考えやすい問題設定が重要となる。そうすることで，生徒が条件変更による問題づくりや解の探究活動をより活発に進めることができるためである。条件変更や解の探究活動を通して，教授されるのではなく自ら学んでほしいという思いから，全体講義の際には目付絵や百五減算などそれぞれの内容について概要をおさえることに重きを置き，深く追及することを行わなかった。これも意図して行わなかったが，条件変更によってどういった新たな問題が考えられるかなどを少し例示し，生徒の知的好奇心を刺激することが求められたと考えられる。しかし，生徒の探究活動において自由度を制限しないため，例示に関しての扱いには留意する必要がある。

また，授業についてのアンケート調査結果（表12）に，「現実的な例などを想像して考えることができたのでおもしろかった」や「整数が日常の生活にいきてきて楽しかった」などの意見があるが，これらから現実事象について整数の性質を利用して読み取ることができていることがわかる。「2.2.　整数の性質」でも述べたように，現行の学習指導要領（2009）では「この科目では，具体的な事象の考察を通して，数学のよさを認識し，論理的に推論を進めるための学習に役立つ内容を取り上げること」（文部科学省, 2009）と記されているが，これは満たしていると考えることができる。

さらに，RLAについてのアンケート調査結果（表13）から，「＜条件変更について＞」のすべての項目において「少しあてはまる」，「あてはまる」の解答率が70％以上であることから，探究活動は意欲的に行うことがで

きたのではないかと考えられる。

５．４．RLA活動に関する考察

条件変更についてはどの班も最初は苦戦していたものの，探究を進めていくうちに慣れてきたようで，様々な条件変更に取り組んでいた。条件変更による問題づくり（表４の学習者の活動①）に関しては上手く機能していたと言える。

また，RLAについてのアンケート調査結果（表12）より，「<条件変更について>」の(7)や(8)について80%以上の生徒が「あてはまる」，もしくは「少しあてはまる」と回答していることがわかる。解の探究活動（表４の学習者の活動②）についても多くの生徒が積極的に取り組むことができたと言える。

これらの結果から，学習意欲や数学的思考力の向上に関してはある程度期待したように働いたと言える。

しかし，中間発表や発表の原稿資料を見る限り，数学的に表現できている班は多くない。RLAに関するアンケート調査の内訳（表13）からもわかるように，40%近くの生徒が「わかりやすい発表ができた」という項目に「あてはまらない」，もしくは「あまりあてはまらない」と回答した。さらに，数学的に表現している班でも誤っていたり，参考文献を写した状態になっていたりする場合も見受けられた。また，中間発表において，発表した班に対する質問がかなり少なく，教師側から質問することが多かった。これらは，レポート・ポスター作成によるまとめ・表現活動（表４の学習者の活動③）と論文集や模擬学会による相互評価や共有活動（表４の学習者の活動④）がうまく機能していなかったことを示している。この結果から，数学的表現力の向上については期待した方向に働かなかったと言える。

これからの探究では条件変更も複雑になることが予想され，それにつれて解の探究も高度なものになると考えられる。また，上述したように，学習者の活動③，④がうまく機能していなかったことも踏まえて，教師がサポートしながらRLA活動に取り組む必要があると考える。具体的な手立てとして，生徒が考えそうな条件変更について予想し教師自身が問題に対する理解を深めておくことや，発表を聞いて終わるのではなく質問をされて理解の深度が変わることを伝えること，探究内容が異なる生徒にも伝わるような表現・発表を心掛けるよう促すことなどが挙げられる。特に，中間発表でうまく機能していなかった学習活動③，④には留意する必要があると考えている。

６．おわりに

本実践では，和算を題材としたRLAを取り入れた。和算とRLAに親和性があることから，和算を題材とすることでRLAに自然な流れで取り組むことができた。特に，和算の特徴として，現実に沿った問題が多く扱われているため，現行の高等学校学習指導要領が整数の性質について指すように，具体的な事象の考察を通して数学のよさを認識することができたと考えられる。

また，SD調査やアンケート調査から本実践を受けてからの数学に対するイメージの変化や，教材についての考察を行った。SD調査では５％水準で９項目が有意に正の方向へ上昇したことが見て取れる。さらに，RLAの活動に関して，問題の構成や解の探究は生徒も積極的に行うことができていた。このように，和算を題材にしたことで，現実に数学を活用することのよさを実感できたことや，RLAによって教材に潜む数学の面白さを引き出すことができた。

今後の課題として，プレゼンの内容や方法などの表現活動や共有活動の充実化を図ることと，こうした活動の意義について生徒に伝える必要があると考えている。

今回，研究のために授業を実践させていただいた福井県立藤島高等学校と研究に携わっていただいた生田万紀子教諭，谷山潤也教諭，中島弥里教諭には深く感謝いたします。

本研究は，研究の企画を堀，伊禮が行った。授業実践は「原問題についての全体講義」を堀が行い，「RLAについてのオリエンテーション」を伊禮が担当した。その後の探究活動は３つのグループに別れ，その支援及び中間発表用ポスター作成の指導，及び中間発表会の運営は藤島高校の生田，谷山，中島が担当した。授業実践後の諸データの整理・分析を堀が行い，これにもとづき第１稿を堀が執筆し，伊禮が加筆修正を行い第２稿とした。さらに，第２稿を両者で調整し，それに堀が最終修正を施し本論文とした。

なお，本研究は，科学研究費補助金基盤研究（C）課題番号26381138「探究的な学びを促すResearcher-Like Activity による事例研究」の一環として取り組まれたものである。

引用文献

伊禮三之（2015）『探究的な学びを促すResearcher-Like Activityによる授業の事例研究』，平成22年度～平成24年度日本教育公務員弘済会日教弘本部奨励金成果報告書

市川伸一（1996）『学びの理論と学校教育実践－Researcher-Like Activityを取り入れた授業づくり－』，『学習評価研究No26』，pp. 42-51

市川伸一（1998）『開かれた学びへの出発－21世紀の学校の役割』，金子書房

市川伸一（2004）『学ぶ意欲とスキルを育てる－いま求められる学力向上策』，小学館

狩俣　智（1996）『Researcher-Like Activity による授業の工夫―RLAの中学校の数学教育への適用―』，『琉球大学教育学部教育実践研究指導センター紀要第４号』，

pp. 1-9
竹内芳男・沢田利夫(1989)『問題から問題へ―問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善―』，東洋館出版社
澤田利夫・坂井裕(1995)『中学校数学科[課題学習]問題づくりの授業』，東洋館出版社
平山　諦(2007)『和算の歴史―その本質と発展―』，ちくま学芸文庫
佐々木英治(1982)，『越前の算額』，(越前の絵馬展)武生市教育委員会，pp. 2-26
佐藤健一(2002)『算額道場』，研成社
文部科学省(2009)『高等学校学習指導要領解説　数学編，理数編』，実教出版株式会社
和算研究所塵劫記委員会(2005)『現代語「塵劫記」』，和算研究所
国立教育政策研究所(2013)『生きるための知識と技能５―OECD生徒の学習到達度調査（PISA）2012年調査国際結果報告書』，明石書店
佐藤健一(2006)『和算―THE WASAN―』，文溪堂
黒木哲徳(2008)『計算と口遊』，『数学セミナー』第47巻第１号，pp. 47-51，日本評論社
上野健爾(2013)『「『教える』って難しい?!」を主題とする熊谷高校・熊谷女子高校における探究的数学活動』『数学文化第19号』，pp. 45-74，日本評論社
藤村宣之（2012）『数学的・科学的リテラシーの心理学子どもたちの学力はどう高まるか』，有斐閣
川西嘉之（2015）『RLAの実践指導例』，「第１回RLA研究会」発表資料（於沖縄県立普天間高等学校）
藤村幸三郎・田村三郎（1985）『数学歴史パズル　数学者も頭をひねった75問』（講談社ブルーバックスＢ-592），講談社，pp. 97-98
山下光雄（2015）『数学ロングトレイル「大学への数学」に挑戦－じっくり着実に理解を深める－』（講談社ブルーバックスB-1921），講談社，pp. 326-344

Researcher-Like Activity of which theme is wasan

Hiroki HORI and Mituyuki IREI

Keywords: RLA , the nature of the integer , wasan , metukee , hyakugogenzan , mamakodate , aburawakezan

	・解答を確認する。 ・塵劫記の話で何が問われているか確認し，考える。 ・解答を確認する。	・解答の確認。 ・ワークシート5,6を配布する。 ・塵劫記の話を確認し，何が問われているかを確認する。 ・数え始めの場所や，除かれた後の数え方などを間違えていないか，机間支援をしながら確認する。 ・解答の確認。 ☆和算に興味を持つ。 [数学への関心・意欲・態度]
まとめ (2)	・和算の問題が生まれた時代背景や必然性に気付く。	・時代背景に触れながら和算を扱うことで，和算の面白さや必然性に気付 き，和算に興味を持つように促す。 ☆和算に興味をもつ。 [数学への関心･意欲･態度] ・次回の予告をする。

巻末資料 3：油分け指導案

本時の目標

・一次不定方程式で事象を見ることのよさに気付く。
・和算に興味を持つ。

本時の展開

時間配分	・学習活動	・教師の支援・留意点☆評価
導入 (3)	・油分け算の問題を知る。	・ワークシート1を配布する。 ・塵劫記の問題を確認する。 ・油分け算にまつわる話をし，興味を持つように促す。
展開 (45)	・ダイ・ハード3の映像を見る。 ・5分間でダイ・ハード3の問題を解く。 ・発表と解の確認をする。 ・塵劫記の問題を解く ・発表と解の確認をする。 ・ダイ・ハード3の問題で，水の量の合計に着目し，増減を調べる。 ・増減で出てきた+5 や−3，0 は何を表すのかを考える。 ・水を汲むことを「+」，捨てることを「−」で表すことで， 4＝5×2+3×(−2) を満たすことを確認し，一次不定方程式 4＝5x+3y の解になっていることを知る。 ・もう一方の解法でも一次不定方程式の解になっているかを確認する。	・ダイ・ハード3の映像を流す。 ・ワークシート2を配布する。 ・ダイ・ハード3と似た状況にするため，制限時間を設ける。 ・ワークシート3,4を配布する。 ・先の問題の考えを用いて解を導くよう促す。 ・ワークシート5を配布する。 ・塵劫記の問題とダイ・ハード3の問題が本質的に同じであることを説明し，今回はダイ・ハード3の問題について考えることを確認する。 ・なぜ4ガロンを作ることができたのかを確認し，一次不定方程式の解になっていることに着目できるように促す。 ・もう一方の解法でも解となるか確認するように促す。 ☆一次不定方程式で事象を見ることのよさに気付く。 [数学的な見方・考え方]
まとめ (2)	・和算の問題が生まれた時代背景や必然性に気付く。	・時代背景に触れながら和算を扱うことで，和算の面白さや必然性に気付き，和算に興味を持つように促す。 ☆和算に興味を持つ。 [数学への関心・意欲・態度] ・次回の予告をする。

巻末資料 1：目付絵指導案

本時の目標

・合同な性質で事象を見るよさに気付く。

本時の展開　(特別時程により 45 分授業)

時間配分	学習活動	・教師の支援・留意点☆評価
導入 (20)	・目付絵を用いたマジックを見る。 ・実際に目付絵を作って動かし，目付絵の仕掛けについて考察する。	・目付絵を用いたマジックをする。 ・目付絵を作る材料を配布，作成し，目付絵の仕掛けについて考えるよう促す。
展開 (15)	・目付絵に潜んでいる合同な性質に注意しながら仕掛けを全体で共有する。 ・合同の定義や定理を確認する。	・ワークシート1を配布する。 ・合同な性質に注意しながら全体で仕掛けが共有できるよう展開する。 ☆合同な性質で事象を見るよさに気付くことができる。 [数学的な見方考え方] ・ワークシート2，3を配布する。 ・定義や定理の確認を具体的な数値も取り上げつつ確認する。
まとめ (10)	・身近なもので合同な性質が潜むものを考え発表する。 ・合同な性質で事象を読み解くことのよさに気付く。	・身近なもので合同式が適用できるものを考えるよう促す。 ・中学生でも知っているような3の倍数であるかどうかの判断などにも用いられていることなどを取り上げ，合同式で事象を読み解くよさを確認する。 ☆合同な性質で事象を見るよさに気付くことができる。 [数学的な見方考え方] ・次回の予告をする。

巻末資料 2：百五減算・継子立て指導案

本時の目標

・合同な性質で事象を見ることのよさに気付く。
・和算に興味を持つ。

本時の展開

時間配分	学習活動	・教師の支援・留意点☆評価
導入 (2)	・和算について考えていくことを知る。	・和算について考えていくことを伝える。
展開 1 (23)	・百五減算がどういうものかを知る。 ・仕組みについて考える。 ・自分の考えを発表する。 ・発表者の考えやワークシートを基に百五減算の仕組みを理解する。 ・合同式との関係を見抜く。 ・百五減算に興味を持つ。 ・隣同士でペアになり，百五減算を用いて数当てを行う。	・ワークシート1を配布する。 ・百五減算にまつわる話をして，興味 を持つように促す。 ・ワークシート2を配布する。 ・発表者の考えを取り上げつつ，ワークシートとの違いも確認しながら展開する。 ・合同式とどう関係しているのか確認する。 ☆合同な性質で事象を見ることのよさに気付く。 [数学的な見方や考え方] ・百五減算の名前の由来などを話し，興味を持つように促す。 ・わからない生徒には机間支援をする。 ☆和算に興味を持つ。 [数学への関心・意欲・態度]
展開 2 (23)	・継子立てがどういうものかを知る。 ・問題を解き，継子立ての考え方に慣れる。	・ワークシート3を配布する。 ・継子立てにまつわる話をして，興味 を持つように促す。 ・ワークシート4を配布する。 ・塵劫記の問題より数の小さい，関孝 和が考えた問題を前段階として取り 上げる。