

数値解析の援用による回転自由度モードの推定

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2012-04-25 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 鞍谷, 文保, 岩壺, 卓三, 沖田, 耕, KURATANI, Fumiyasu, IWATSUBO, Takuzo, OKITA, Kozo メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10098/5239

数値解析の援用による回転自由度モードの推定*

鞍谷 文保*¹, 岩壺 卓三*², 沖田 耕三*¹Estimation of Rotational Degrees of Freedom Mode Shapes
by the use of Numerical Analysis

Fumiyasu KURATANI, Takuzo IWATSUBO and Kozo OKITA

This paper deals with a method to estimate unmeasured rotational degrees of freedom mode shapes of a test structure as a linear combination of those of the corresponding Finite Element (FE) model. In this method, weighting coefficients for each mode shape combined are determined by comparing experimentally measured translational degrees of freedom mode shapes with analytical mode shapes of the FE model. The accuracy of estimates is strongly dependent on both the number of mode shapes combined and measuring points for translational degrees of freedom. First, the number of mode shapes combined is discussed. It is found that the number is different for each mode shape to be estimated and is predicted by the Modal Assurance Criterion (MAC) value between measured and analytical translational degrees of freedom mode shapes. Second, a technique is proposed for overcoming a problem with regard to measuring points, which often causes difficulty in estimation because of the ill condition of the modal matrix of the FE model in an inverse problem. This technique incorporates the above method with the estimation method using the Modal Scale Factor (MSF) to compensate for the ill condition. A numerical example using a cantilever beam model is presented and discussed.

Key Words: Experimental Modal Analysis, Numerical Analysis, Finite Element Method, Inverse Problem, Mode Shape, Rotational Degrees of Freedom, Modal Assurance Criterion (MAC), Modal Scale Factor (MSF)

1. 結 言

実験データをベースとする構造変更シミュレーションにおいて、集中質量のようなスカラー量だけでなく、梁要素や平板要素などのより現実に近い要素の扱いを可能とすることが望まれている。梁要素や平板要素はモーメント力を伝達するために回転自由度を無視できず、実験データとして並進自由度だけでなく回転自由度も含んだ振動モードが必要となる。また、回転自由度の情報は、有限要素モデルのアップデートにおいても、精度向上や抜える要素種類の自由度を増すことに寄与する。しかしながら、実験に用いられるセンサのほとんどは回転角変位を測定することはできず、並進変位のみを測定する。そこで、実験で得られた並進自由度の振動モード(並進自由度モード)から回転自由度のデータを要素とする振動モード(回転自由度モード)を推定する方法が求められている。

この問題について、測定された並進自由度モードの多項式近似曲線を微分することで回転自由度モードを

推定する方法が提案されている⁽¹⁾⁽²⁾。この方法は数値微分を伴うために、並進自由度モードの微小測定誤差が大きな推定誤差につながるものが指摘されている⁽³⁾。別の方法として、対象とする構造物の有限要素モデルの振動モードを利用する方法が提案されている⁽⁴⁾。この方法は、振動モードだけを利用する方法⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾と質量行列と剛性行列も必要とする方法⁽⁸⁾に分けられる。両者の性能比較を行った研究⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾では、後者の方法は質量行列と剛性行列を用いるためにコンピュータの負荷が大きいことと、モードの測定誤差に推定精度が敏感なことが指摘されている。この点からは、前者の振動モードだけを利用する方法が優れていると考えられる。しかしながら、前者の方法においても問題点が指摘されている。前者の方法は、実験で得られた並進自由度モードと有限要素モデルの並進自由度モードを比較することで、有限要素モデルのいくつかの回転自由度モードの線形結合として測定困難な回転自由度モードを推定する。そのときに、並進自由度モードを測定する測定位置や測定点数によっては回転自由度モードの推定が困難になるという欠点がある。さらに、重ね合わせるモードの数の決め方は明確でなく、多くの場合、推定するモードの数と同じ数のモードを用いているが、

* 原稿受付 1994年11月22日。

*¹ 正員、兵庫県立工業技術センター (〒654 神戸市須磨区平町3-1-12)。*² 正員、神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町1)。

それが適切とは言えない。

そこで本論文では、有限要素モデルの振動モードだけを利用する方法を取り上げ、実験で得られた並進自由度モードから回転自由度モードを精度よく推定する方法について検討する。特に、測定された並進自由度モードに測定誤差が含まれる場合に、重ね合わせる有限要素モデルのモードの数と推定精度の関係を明らかにし、推定誤差が小さくなる条件を示す。なお、数値例として、片持ち梁を取り上げる。

2. 回転自由度モードの推定法

有限要素法で離散化された機械構造物の運動方程式は、減衰を省略すると次のように表される。

[M]{ü} + [K]{u} = {f} (1)

ここで、[M]と[K]は質量行列と剛性行列で、{u}と{f}は変位ベクトルと外力ベクトルである。要素として梁要素や平板要素を用いた場合には、{u}は並進と回転の自由度を有する。この運動方程式で表される系のr次の固有振動数ω_rと振動モード{φ^A_r}は、次式の固有値問題を解くことで求めることができる。

[[K] - ω_r²[M]]{φ^A_r} = {0} (2)

本論文で扱う推定法は、実験で得られた並進自由度モードと式(2)で得られる並進自由度モードを比較することで、式(2)の回転自由度モードから実験データと考えられる回転自由度モードを推定する方法である。ここでは、2つの推定法について説明する。一つは、回転自由度モードを有限要素モデルのいくつかのモードの線形結合として推定するもので、MCE(Modal Coordinate Expansion)法⁽⁹⁾と呼ばれている。他の一つは、本論文で測定位置の問題を解決するために用いるもので、MSF(Modal Scale Factor)⁽¹¹⁾を利用するものである。

2.1 MSF(Modal Scale Factor)を利用する方法

この方法は有限要素モデルの並進自由度モードのうち、実験で得られた並進自由度モードと最もよく形状の似た一つのモードだけを用いて回転自由度モードを推定する方法である。MSF値は実験で得られた並進自由度モード{φ^X_r}とその自由度に対応する有限要素モデルの並進自由度モード{φ^A_r}から

MSF_{r} = \frac{\{\phi_i^A\}_r^T \{\phi_i^X\}_r}{\{\phi_i^A\}_r^T \{\phi_i^A\}_r} (3)}

として求めることができる。MSF値を用いれば、回転自由度モードの推定値{φ^P_r}は有限要素モデルの回転自由度モード{φ^A_r}から

{φ^P_{r} = MSF_{r} {φ^A_{r} (4)}}}

として推定できる。

2.2 MCE(Modal Coordinate Expansion)法

この方法では、実験で得られた並進自由度モード{φ^X_r}は、有限要素モデルの並進自由度モード{φ^A_r}の線形和として次のように表されると仮定する。

{φ^X_{r} = \{\phi_i^A\}_1 \gamma_1 + \{\phi_i^A\}_2 \gamma_2 + \dots + \{\phi_i^A\}_s \gamma_s (5) = [\Phi_i^A] \{\gamma\}_r}

ここで、γ_rはモードを重ね合わせるときの各モードの重みで、sは重ね合わせるモードの数を表す。実験データの自由度の数、すなわち測定点数が重ね合わせるモードの数より多い場合には、重ね合わせる各モードの重みは

\{\gamma\}_r = ([\Phi_i^A]^T [\Phi_i^A])^{-1} [\Phi_i^A]^T \{\phi_i^X\}_r (6)

として算出できる。重み係数ベクトル{γ_r}が求めれば、回転自由度モードの推定値{φ^P_r}は有限要素モデルの回転自由度モード{φ^A_r}の重ね合わせとして、次式のように推定できる。

{φ^P_{r} = \{\phi_i^A\}_1 \gamma_1 + \{\phi_i^A\}_2 \gamma_2 + \dots + \{\phi_i^A\}_s \gamma_s (7) = [\Phi_i^A] \{\gamma\}_r}

2.2.1 重ね合わせるモードの数の決定法

MSF法は有限要素モデルの一つのモードだけを用いて回転自由度モードを推定する方法であり、MCE法は多くのモードを用いて推定する方法である。したがって、MCE法の方が忠実に実験データを表現できるので、回転自由度モードの推定精度が高くなると考えられる。しかしながら、通常、測定された並進自由度モードには測定誤差が含まれるので、多くのモードを用いて忠実に実験データを近似した場合には、測定誤差までフィットしてしまい、結果として推定誤差が大きくなると考えられる。そこで、推定精度が高くなる時の重ね合わせるモードの数を決定する指標が必要となる。ここでは、指標として次式で定義されるMAC(Modal Assurance Criterion)⁽¹¹⁾値を利用する。

MAC_{r} = \frac{(\{\phi_i^X\}_r^T \{\phi_i^A\}_j)^2}{(\{\phi_i^X\}_r^T \{\phi_i^X\}_r)(\{\phi_i^A\}_j^T \{\phi_i^A\}_j)} (8)}

この値は2つのモードがどのくらい似ているかを定量的に表す値であり、実験と解析の振動モードにおいて形状が類似している2つのモードの組み合わせを推定するのに用いられている。そこで、あるモード次数の実験モードに対してこの値が高くなる解析モードがあれば、そのモードと他の少数のモードだけで実験データを表すことが可能で、この値が低くなるにともない多くのモードを使う必要があると考えられる。このように考えれば、MAC値から重ね合わせるモードの数をどのくらいに設定するかを決定することが可能になると考えられる。

2・2・2 測定位置の評価 MCE法では、式(6)に示すように $[\Phi_i^A]^T[\Phi_i^A]$ の逆行列を求める必要がある。モード行列 $[\Phi_i^A]$ の要素は同じ有限要素モデルを用いても測定位置が異なると違うものになり、ときには逆行列を求めることが困難になる。逆行列が算出できるかどうかは、 $[\Phi_i^A]$ の特異値で判断できる。特異値は $[\Phi_i^A]$ の特異値分解⁽¹²⁾の結果として

$$[\Phi_i^A] = [U][D][V]^T \dots\dots\dots (9)$$

の行列 $[D]$ の対角要素として求まる。もし測定位置が適切で各モードベクトルが互いに直交に近いなら、すべての特異値は等しくなり、測定位置が不適切で従属なものがあれば0となる特異値が現れる。したがって、適正な測定位置かどうかはモード行列の特異値で判断できることになる。

2・2・3 並進自由度の測定が困難な場合の対策前項で述べたように、モード行列の特異値が0に近くならないように測定位置を設定すれば、適正に逆行列が得られ回転自由度モードが推定できることになる。しかしながら、一般的には構造上の制約などから必要な測定位置で測定が困難な場合がある。その場合の一つの対策法を提案する。

提案する方法の基礎はMSF法を利用することである。すなわち、測定困難な位置の並進自由度データをMSF法で推定し、それを実験データとして代用する。その後、このデータと実測データからMCE法で回転自由度モードを推定する。具体的には、次の5つのステップを実行する。

ステップ1：実験で得られた並進自由度モードからMSF値を計算する。

$$MSF_r = \frac{\{\Phi_i^A\}_r^T \{\Phi_i^X\}_r}{\{\Phi_i^A\}_r^T \{\Phi_i^A\}_r} \dots\dots\dots (10)$$

ステップ2：測定困難な位置の並進自由度データを推定する。

$$\{\Phi_i^P\}_r = MSF_r \{\Phi_i^A\}_r \dots\dots\dots (11)$$

$\{\Phi_i^P\}_r$ ：推定された並進自由度データ

$\{\Phi_i^A\}_r$ ：有限要素モデルの並進自由度データ

ステップ3：実測データとステップ2で推定したデータを結合する。

$$\{\Psi_i^X\}_r = \begin{Bmatrix} \{\Phi_i^X\}_r \\ \{\Phi_i^P\}_r \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

ステップ4：重ね合わせるモードの重みを算出する。

$$\{\gamma\}_r = ([\Psi_i^A]^T [W] [\Psi_i^A])^{-1} [\Psi_i^A]^T [W] \{\Psi_i^X\}_r \dots (13)$$

$[\Psi_i^A]$ ：有限要素モデルの並進自由度のモード行列

$[W]$ ：実測データに重みを与える対角行列

ステップ5：回転自由度モードを推定する。

$$\{\Phi_i^P\}_r = [\Phi_i^A] \{\gamma\}_r \dots\dots\dots (14)$$

このようにMSF法を用いて測定困難な位置の並進自由度データを推定すれば、モード行列の不適切性を解消することができる。その結果、不十分な測定位置で測定されたデータだけから推定した結果より、回転自由度モードの推定精度が向上すると考えられる。なお、実測データはステップ2で推定したデータより信頼性と重要度が高い。そこで、式(13)の $[W]$ を用いて実測データに重みをおいてステップ4を実行する。

3. 数値計算例

本論文では、数値計算例として片持ち梁を取り上げ、2章で述べた重ね合わせるモード数の決定法および並進自由度の測定が困難な場合の対策法の有効性を検討する。ここでは、図1に示すモデルを実験モデルと考え、このモデルの有限要素法解析で得られたデータを基に、測定誤差が混入した場合を想定した実験データを生成する。ただし、実験データの誤差は偶然誤差だけでデータは互いに独立であると仮定する。梁の寸法は長さ500mm×幅20mm×高さ20mmである。実験データは次のようにして生成した。まず、図1のモデルを30個の梁要素に分割し、1次から5次までの振動モードを得る。次に、図に示す30測定点におけるY軸方向の並進自由度データ $\{\Phi_i^T\}_r$ に、平均値0で次式の L_r が10%となるような標準偏差 σ_r の乱数を加えた。

$$L_r = \frac{\sigma_r}{\max\{\{\Phi_i^T\}_r\}} \dots\dots\dots (15)$$

以下の数値例では、MCE法などで図1の30測定点における回転自由度モード $\{\Phi_i^P\}_r$ を推定し、それとモデルの有限要素法解析で得られた真値と考えられる回転自由度モード $\{\Phi_i^T\}_r$ を比較することで、回転自由度モードの推定精度を評価する。具体的には、2つのモードベクトルの差のベクトルの絶対値を求め、その値を真値 $\{\Phi_i^T\}_r$ の絶対値で割った次式に示す推定するモードごとに正規化した誤差評価量を用いた。

$$E_r = \frac{|\{\Phi_i^P\}_r - \{\Phi_i^T\}_r|}{|\{\Phi_i^T\}_r|} \dots\dots\dots (16)$$

3・1 重ね合わせるモード数の影響

最初にMCE法における重ね合わせるモードの数と推定誤差の関係について検討する。有限要素モデルのモード形状の違いによって重ね合わせるモード数が影響を受けると考えられるので、ここでは図2に示す実験モデルとわざと違えた3種類のモデルを用いて回転自由度モードを推定した。モデルAはモデル化誤差が全体的に分布する場合で、モデルBとCは局所的なモデル化誤差を持つ場合である。ただし、モデルAとBは全長の半分の部分の幅と高さが実験モデルに比べて20%小さく、モ

デルCは全長の1/3の部分の幅と高さが20%小さい。これらの3つのモデルを30個の梁要素に分割し、各モデルについて1次から10次までのモードを算出した後、MCE法で回転自由度モードを推定した。なお、比較のためにMSF法での推定も行った。実験データは前述の10%のノイズを含む並進自由度モードである。なお、以下で考察する回転自由度モードの推定誤差などの数値は、10%のノイズを含むデータを任意に10組作り、その各データについて得られた値の平均値である。

図3に各モデルについて得られた重ね合わせるモードの数と推定誤差の関係を示す。縦軸は式(16)の正規化された推定誤差であり、横軸は各モードを推定するときに重ね合わせた有限要素モデルのモードの数である。なお、図中の"Mode No."は推定するモードの次数を表す。例えば、横軸の値が6は各次数の回転自由度モードを推定するときに1次から6次までの有限要素モデルのモードを重ね合わせたことを意味し、そのときの"○"は1次の回転自由度モードの推定誤差がこの値になったことを意味する。なお、推定するモードの次数が2以上のときには、MCE法では推定するモード次数より重ね合わせるモード数が少ない場合には推定誤差が非常に大きくなった。そこで、図には推定するモード次数と重ね合わせるモードの数が等しいか、多い場合だけを示した。また、MSF法は一つのモードだけを用いることから、その結果を重ね合わせるモード数が1のところを示した。

図3において最初に気づくことは、MCE法ではモデルAの場合を除いて、推定するモードの次数と重ね合わせるモードの数が等しいときに推定誤差が大きい。

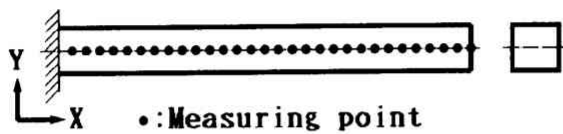


図1 実験モデル

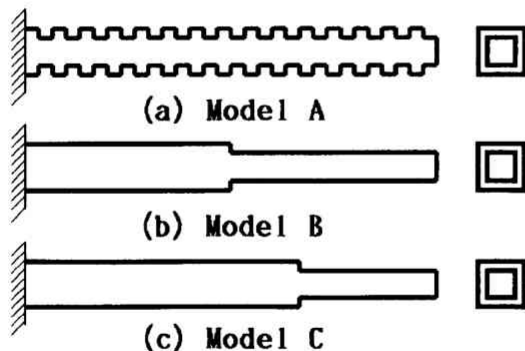


図2 解析モデル

さらに、その値は各モードともMSF法の結果とほとんど同じである。しかしながら、MCE法では重ね合わせるモードの数を増すと誤差が大幅に減少することである。このことから、モードを重ね合わせるMCE法の有効性がわかる。ところで、MCE法ではモデルAの結果を含めて、重ね合わせるモードの数を増やしていくとすべてのモードで推定誤差が増加する傾向にある。例えば、各モデルとも1次モードに関して、2次までのモードの重ね合わせでは推定誤差が3%ぐらいであったものが、6次までのモードを重ね合わせたときには

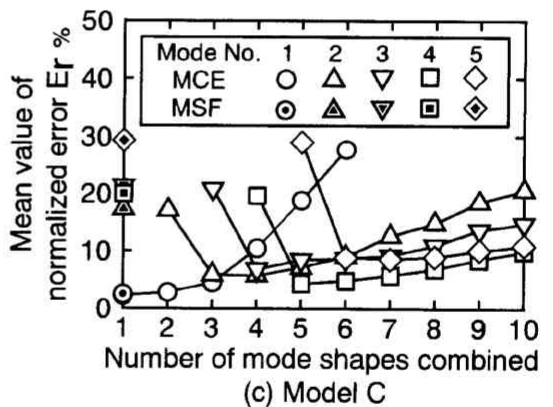
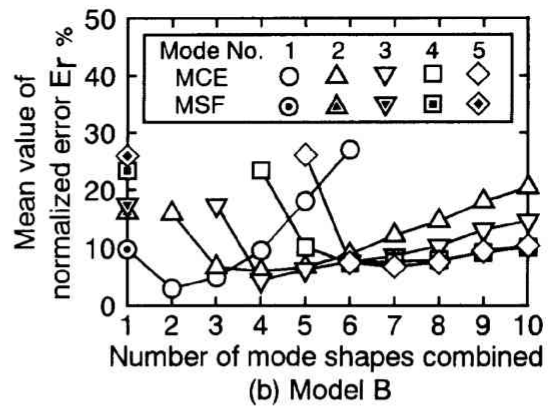
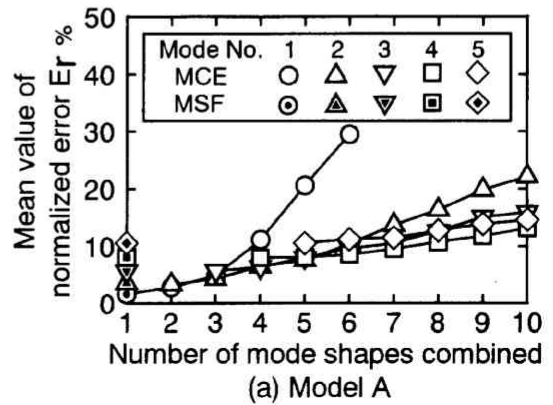


図3 重ね合わせるモード数と推定誤差の関係

20%以上の推定誤差になっている。したがって、やみくもに多くのモードを用いるのではなく、適正な数のモードを重ね合わせる事が重要であることがわかる。また、表1には3つのモデルについて得られた各モードの推定誤差の最小値(表中の"Min of error"欄)とそのときに重ね合わされたモードの数(表中の"No. of modes"欄)を示す。この表からも、モードごとに重ね合わせるモード数の適正值が存在することがわかる。従来の研究ではこの点について言及しておらず、数値例などでも重ね合わせるモードの数を明確に示したものは見られない。これは適正なモードの数を決定する指針を示すことが困難なことに起因していると考えられる。

そこで、次に適正な重ね合わせるモード数を決定する指針を示すことを試みた。まず、表1の推定するモード次数(以後 N_r と表す)と誤差が最小となったときの重ね合わせたモード数(以後 N_c と表す)を比較すると、各モードとも数の違いは2以下である。すなわち、両者は相関が高いと言える。しかしながら図3からわかるように、重ね合わせるモード数 N_c を N_r 、 $N_r + 1$ あるいは $N_r + 2$ のどれにするかで推定誤差がかなり異なる。そこで、それらの場合分けをする指針として、MAC値の利用を試みた。まず、 $N_c = N_r + 2$ となったときのモードを表1から抜き出すと、モデルBの2次、4次、5次とモデルCの2次、5次である。また、そのときの表1に示すMAC値の最大値(実験と解析の並進自由度モードから計算されたMAC値のモードごとの最大値)を眺めると、モデルBの2次を除いてすべて0.950以下であり、MAC値が低くなっている。一方、MAC値が0.980以上の高い場合のモードを見ると、モデルAの4次とモデルBの1次を除いて、 $N_c = N_r$ と

なっている。MAC値がその間のものは $N_c = N_r + 1$ である。すなわち、2・2・1項で述べたように重ね合わせるモードの数はMAC値から推定可能と言える。ただし、モデルBの1次モードの推定誤差が $N_c = N_r$ のときに比べて $N_c = N_r + 1$ とすると大きく減少することから、本例題の場合、重ね合わせるモードの数を定める基準として

$$\begin{aligned} &MAC > 0.980 \quad N_c = N_r, \\ &0.980 \geq MAC > 0.950 \Rightarrow N_c = N_r + 1 \quad \dots\dots(17) \\ &0.950 \geq MAC \quad N_c = N_r + 2 \end{aligned}$$

を導いた。ところで、表1において誤差が最小となるときの重ね合わせたモード数と式(17)の基準が一致しないものがある。それについては、式(17)の基準から得られたモード数とそのときの推定誤差をカッコ内に示した。その値と最小値を比較すると、推定誤差の増加は最大でも1.1%である。このことから、実用的には式(17)の基準を用いることができると考えられる。

なお、式(17)の基準は本例題についてのものであるので、他のモデルについては、それぞれにMAC値と重ね合わせるモードの数の関係を求め、新たに基準を作成する必要がある。

次に、モデル化誤差の影響について考察する。図3と表1からわかるように、モデルAのようにモデル化誤差が全体に分布する場合は、各モードともMAC値が高くなり推定するモード次数と同じ数のモードを用いたときに推定誤差が小さくなる。また、MSF法でも誤差が小さい。一方、モデルBとCのように局所的なモデル化誤差を持つときには、MSF法では推定誤差が非常に大きい。MCE法を適用すると推定誤差が大幅に小さくなる。したがって、MCE法が非常に有効であると言える。なお、MCE法に関してはモデル間の推定誤差の違いは小さいことから、MCE法はモデル化誤差の影響を受けにくいと考えられる。

3.2 測定位置の影響 推定誤差に及ぼす測定位置の影響について検討するために、図4に示す3種類の測定位置で得られた実験データから回転自由度モードを推定した。解析モデルは図2のモデルCである。測定点セットHは前節と同じ30点の並進自由度モードの場合で、セットIは全体の1/3(解析モデルCの細くなっている部分に対応)は測定困難であるが、残りの2/3については十分な情報(20点)がある場合、セットJは全体に渡って測定が可能であるが、セットHに比べて測定点数(15点)が少ない場合である。なお、実験データは前節と同じ10%のノイズを含むデータである。また、推定誤差などの数値も前節と同様に10組の実験データから得られた値の平均値である。

表1 重ね合わせるモードの数とMAC値の関係

Mode No.		1	2	3	4	5
Model A	Min of error	1.7 (2.8)	3.3	5.7	8.1	10.6 (11.3)
	No. of modes	1 (2)	2	3	5	5 (6)
	Max of MAC	0.980	0.982	0.984	0.980	0.980
Model B	Min of error	3.0	6.0 (6.7)	4.4	7.3	6.8
	No. of modes	2	4 (3)	4	6	7
	Max of MAC	0.980	0.967	0.963	0.947	0.932
Model C	Min of error	2.3 (2.9)	5.8	6.8	4.3	8.6
	No. of modes	1 (2)	4	4	5	7
	Max of MAC	0.980	0.949	0.963	0.956	0.928

表2に3つの測定セットについて得られた各モードの推定誤差の最小値とそのときに重ね合わせたモード数およびMAC値の最大値を示す。また、図5には重ね合わせるモード数に対するモード行列の条件数(Condition number)の変化を示した。条件数は行列の最大特異値と最小特異値の比として定義されているので、0に近い特異値があると条件数は非常に大きくなる。

図5の条件数の変化において、測定点セットHとJの場合は条件数は小さい。すなわち、各モードの独立性が高く精度よく逆行列を求めることができるために、表2の推定誤差においても高次モードまで精度よく推定できていると考えられる。一方、セットIの場合には測定点数がセットJより多いにもかかわらず、条件数は重ね合わせるモード数が3以上になると非常に大きくなっている。その結果、表2に示すように推定誤差が100%を越えるものがある。これらのことから、測定位置や測定点数の適正さはモード行列の特異値(条件数)で判断できると言える。

次に、測定点セットJの重ね合わせるモード数について考察する。この場合、表2のMAC値を基に式(17)から決定したモード数と推定誤差が最小となるときのモード数が一致しないものがある。しかしながら、式(17)から得られたモード数を用いたときの推定誤差(カッコ内の数値)と最小値を比べると、誤差の増加は最大でも2.5%である。したがって、式(17)を基準として用いることが可能と考える。

3.3 測定位置が不適切なときの対策例 3.2節で示したように、測定点セットがIの場合には推定誤差が非常に大きくなった。そこで、セットIのデータに対して2.2.3項で述べたMCE法とMSF法を組み合わせた方法(以後、修正MCE法と呼ぶ)を適用し、推定精度を向上させることの効果を考察する。

ここでは、図2の3つの解析モデルについて、修正MCE法で回転自由度モードを推定した。また、比較のためにMCE法およびMSF法でも推定した。なお、修正MCE法においては、セットIで測定困難とした1/3の部分の10測定点のデータをMSF法で推定した。また、実測データに重みを与えたときの効果について検討するために、実測データに重みを与えない場合($w=1$)とMSF法の推定値に対して10倍の重みを与えた場合($w=10$)の推定を行った。重みはMSF法で推定したデータの精度が悪い場合には、大きな値とすることが有効であると考えられるが、あまり大きすぎると条件数が大きくなりモード行列が特異に近づくので、ここでは条件数があまり大きくならない値として10倍を設定

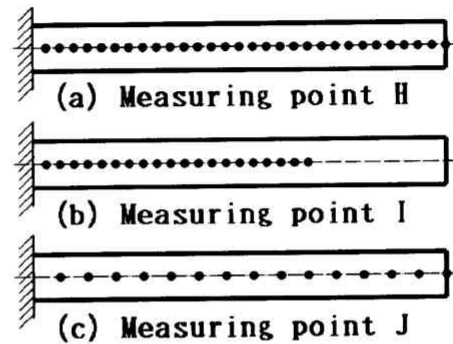


図4 測定位置

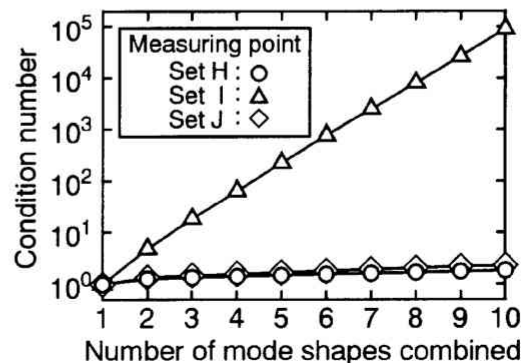


図5 重ね合わせるモード数と条件数の関係

表2 測定位置と推定誤差の関係

Mode No.		1	2	3	4	5
Set H	Min of error	2.3 (2.9)	5.8	6.8	4.3	8.6
	No. of modes	1 (2)	4	4	5	7
	Max of MAC	0.980	0.949	0.963	0.956	0.928
Set I	Min of error	3.4	35.2	111.2	174.1	481.1
	No. of modes	1	3	3	4	5
	Max of MAC	0.907	0.973	0.968	0.956	0.942
Set J	Min of error	2.8 (5.3)	6.4	7.9	5.8	9.5 (10.2)
	No. of modes	1 (2)	3	4	5	6 (7)
	Max of MAC	0.980	0.953	0.964	0.963	0.933

した。なお、重みの与え方はすべての実測データとも同じ10倍とした。実験データはこれまでと同じ10%のノイズを含むもので、以下の推定誤差もこれまでと同様に10組のデータから得られた値の平均値である。図6に各モデルに関して得られた1次から5次までの回転自由度モードの推定誤差を示す。ただし、修正MCE法とMCE法においては各モードの最小値を示した。

図6において、MCE法ではどのモデルにおいても高次モードの推定誤差が非常に大きくなっていることが

わかる。しかしながら、修正MCE法では高次モードまで推定可能であり、さらにMSF法だけでも推定可能なモデルAを除いて、MSF法の結果に比べて推定誤差が大幅に小さくなっていることがわかる。したがって、提案した方法は一部の並進自由度が測定困難な場合にも回転自由度モードの推定精度を向上させる方法として有効であると言える。なお、実測データの重みの効果については、重みを10倍にしたときの方が推定誤差が小さくなっている。すなわち、実測データに重みを与えて推定することが有効であると言える。

4. 結 言

本論文では、有限要素モデルの振動モードを利用して測定困難な回転自由度モードを推定する方法について、一次元の片持ち梁の数値例を基に、その推定精度について検討した。その結果、次のことが明らかになった。

(1) MSF(Modal Scale Factor)を利用する方法はモデル化誤差が全体に分布している場合にしか適用できないが、MCE(Modal Coordinate Expansion)法はモデル化誤差が局所的な場合にも非常に有効である。

(2) MCE法においては、重ね合わせるモードの数に推定精度が大きく影響を受ける。特に、実験データに測定誤差が含まれる場合には、重ね合わせるモードの数を多くしすぎると推定誤差が大きくなる傾向にある。適正な重ね合わせるモードの数は、MAC値から推定が可能である。

(3) 回転自由度だけでなく、一部の並進自由度も測定困難な場合には、MSFを用いる方法とMCE法を組み合わせることにより推定精度が向上する。なお、MCE法だけで推定が可能かどうかは、推定に用いる有限要素モデルのモード行列の特異値から判断できる。

文 献

(1) Williams E.J. and Green J.S., *Proc. 8th IMAC*, (1990), 376.
 (2) Ng'andu A.N., Fox C.H.J. and Williams E.J., *Proc. 11th IMAC*, (1993), 620.
 (3) Cafeo J.A., Tretheway M.W. and Sommer H.J., *Proc. 11th IMAC*, (1993), 96.
 (4) Gysin H., *Proc. 8th IMAC*, (1990), 195.
 (5) O'Callahan J.C., Lieul.W., Avitabile P. and Madden R., *Proc. 4th IMAC*, (1986), 50.
 (6) Avitabile P., O'Callahan J.C., Chou C.M. and Kalkunte V., *Proc. 5th IMAC*, (1987), 950.
 (7) Lipkins J. and Vandeurzan U., *Proc. 12th Int. Seminar on Modal Analysis*, (1987), 1.
 (8) Kidder R.L., *AIAA Journal*, Vol.11, No.6, (1973), 1965.
 (9) Imregun M. and Ewins D.J., *Proc. 11th IMAC*, (1993), 168.
 (10) West M.L., Kissil A. and Milman M., *Proc. 12th IMAC*, (1994), 212.
 (11) Allemang R.L., *Ph. D dissertation*, (1980), 144, Univ. of Cincinnati.
 (12) 中川・小柳, 最小二乗法による実験データ解析, (1987), 56, 東京大学出版会.

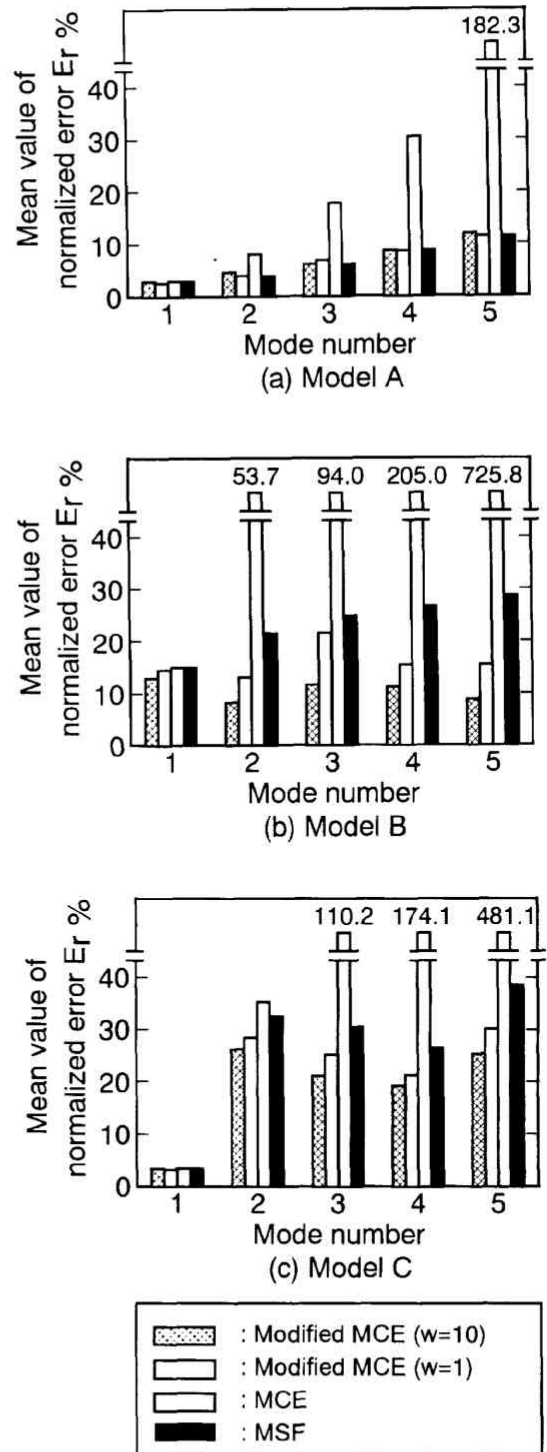


図6 各モード次数の推定誤差