意思決定課題における中学生の確率判断に関わる認知的特徴

意思決定課題における中学生の確率判断に関わる認知的特徴

松浦　妃南*[1]　藤川　洋平*[2]　櫻本　篤司*[3]　西村　保三*[3]
風間　寛司*[4]　松本　智恵子*[3]　口分田　政史*[3]

内容要約　不確実な事象が溢れる現代社会では，複数の選択を的確に評価し，合理的な判断を行う意思決定に関する能力の育成が重要視されている。意思決定と確率概念には密接な関連があるが，現行の中学校段階における確率学習では意思決定に明示的な焦点が当てられていない。そこで本研究では，意思決定と確率学習の関連性に着目し，中学校第2学年を対象に，意思決定課題における確率的な判断に関する認識調査を行った。調査の結果，中学生の確率判断に関する認知的特徴が明らかとなり，確率教育への示唆が得られた。

キーワード：意思決定，意思決定基準，確率，期待値

1.問題と目的

1.1 中学校段階における確率学習の現状と課題

学校数学における確率学習には大きく2つの意義がある。第1は，確率論や推測統計学における重要な基礎概念としての学習意義である。第2は，学習者の日常生活に必要不可欠な概念としての学習意義である（Gal 2005，Borovcnik & Kapadia 2018)。現代社会には様々な不確実な事象が溢れており，その状況に適切に対応する力が求められている（Till 2014，文部科学省 2017)。しかし現在の学校数学における確率学習の原理は，もともとの親学問（確率論）があり，それを目指して中学校，高等学校と知識を積み上げていくことを目指す側面が強い。知識を正しく積み上げることは重要であるものの，この学習原理の大きな問題は，学習してから実際に知識が役に立つまでの時間的な隔たりが大きいことである（市川 2004)。例えば，サイコロやコイン投げで確率を学習したからといって，日常生活における確率的な判断力が高まるとは言えない（Gal 2005)。そこで第２の学習意義を現在よりもさらに強調した確率の学習内容と方法を検討していくことが重要と

*[1]福井大学・奈良女子大学・岐阜聖徳学園大学連合教職開発研究科
*[2]福井大学教育学部附属義務教育学校後期課程
*[3]福井大学教育学部
*[4]福井大学総合教職開発本部

なる。中でも知識基盤社会と呼ばれる現代社会では，様々な場面において複数の選択肢を的確に評価し，合理的な判断を行う意思決定に関する能力の育成が重視されている（文部科学省 2017，石橋 2017）。西村ら（2016）は「意思決定を要する現実世界の問題を数理科学的に定式化し，処理を施し，結果を得る過程を辿り，複数の選択肢を創出した上で，その中から，根拠を明確にしながら合意形成を図り，何らかの決定を行うこと」を「数理科学的意思決定」と呼び，数理科学的意思決定力の育成を意図した授業開発を行っている。例えば石川（2020）は，「西日暮里駅から社会科見学で行く最高裁判所までの行き方を決めよう」という教材を開発し，その特徴として次の4点を挙げている。第1は，学校生活における場面を取り扱うことで，必要感，切実感に迫れること，第2は，西日暮里駅から最高裁判所までの電車の経路は多様であるため，児童自らが「より安く」や「より安全に」といった様々な価値観を設定できること，第3は，「路線図」，「運賃」，「時刻表」などの資料を収集・整理し，考察できること，第4は，合意形成するために数学的な手法を用いることができることである。なお本研究は，数理科学的意思決定のプロセスに焦点を当てようとするものではなく，確率教育の文脈から意思決定と確率学習の関連性に着目するものである。

1.2 意思決定と確率概念の関連性

意思決定（decision making）とは，様々な環境のもとで人々が複数の選択肢を評価し，いずれかの選択肢を選ぶことである（西崎 2017）。意思決定について議論するアプローチには様々あるため，本研究における立場を整理する。

まず意思決定の対象として，個人による意思決定と複数の関係者が関わる意思決定の２つがある。複数の関係者が関わる場合は集団的意思決定と呼ばれ，考え方や関心が必ずしも共通しない複数の意思決定者がそれぞれ単独で行動を選択し，全ての意思決定者の行動の組み合わせによって，各意思決定者の利得が決定される。このように，複数の関係者が関わる意思決定はかなり複雑になるため，本研究では個人の意思決定に焦点を当てて検討を進める。

次に個人の意思決定を議論するアプローチについて，①規範的意思決定，②記述的意思決定，③処方的意思決定の３種類がある（西崎 2017）。①は，意思決定における公理的なルールに従えば，人々はどのように行動すべきなのかを考えるアプローチである。②は，現実の人々はどのように行動しているのかを実験結果から明らかにしようとするアプローチである。③は，①や②の知見を参考にして系統的な手順を提供し，意思決定者を支援するアプローチである。本研究では，数学教育の立場から，①の規範的意思決定のアプローチに焦点を当てる。

また意思決定者が自身を取り巻く環境をどれだけ知っているかという意思決定環境の知識の性質を観点にすれば，大きく３つに分類することができる（竹村 2006）。第１は，確実性下の意思決定である。これは選択肢を選んだことによる結果が確実に決まっている状況での意思決定である。第２は，リスク下での意思決定である。ここでいうリスク下とは選択肢を選んだことによる結果が起こりうる確率が既知である状態のことを指す。そして第３は，不確実性下の意思決定で

ある。ここでいう不確実性下とは，選択肢を選んだことによる結果が起こりうる確率が既知でない状況のことを指す。この３つの中で，確率概念が関わってくるのがリスク下と不確実性下である。そこで本研究では，この2つの意思決定環境に焦点を当てて議論を進めていくこととする。

1.3 意思決定能力の育成を目指した確率学習の内容

意思決定論において確率は情報の１つであり，それだけで規範的な意思決定を下せるわけではない。確率の情報以外で，特に重要となるのが選択肢の価値（確率変数値）である。規範的意思決定では，確率変数値（以下，V）と確率値（以下，P）の２変数を適切に考慮した意思決定基準に基づいて意思決定していくことが求められる。小島（2014）によると代表的な意思決定基準には次の4種類が挙げられる。小島（2014）の4つの商売の例を用いて，どの商売を選択すれば良いのかという意思決定を考える（Table 1）。

	晴れ	曇り	雨	雪
商売Ａ	2万円	2万円	1万円	1万円
商売Ｂ	3万円	3万円	0万円	1万円
商売Ｃ	2万円	4万円	0万円	0万円
商売Ｄ	1万円	5万円	0万円	0万円

Table 1　4つの商売の選択（小島 2014）

第１がマックスミン（max min）基準である。4つの商売のうち，最小の利益が最大になる選択肢を選ぶものであり，Ａが最適となる。第２がマックスマックス（max max）基準である。最大の利益が最も大きい選択肢を選ぶものであり，Ｄが最適となる。第３が期待値（expected value）基準である。4つの可能な利益の平均を比べて最大である選択肢を選ぶものであり，Ｂが最適となる。この例ではＰが未知であるため，それぞれ等確率を割り振っている。第４が最大機会損失・最小化（Savage）基準である。もっとも後悔が少なくなる選択肢を選ぶものであり，Ｃが最適となる。例えば，Ｃを選んで後悔するのは，晴れの時のＢの利益，曇りのときのＤの利益，雨の時のＡの利益，雪の時のA,Bであり，いずれも損失は1万円となる。他の商売の最大機会損失も同様に比較すれば，Ｃの損失が最小となる。これら4つの意思決定基準について，マックスミン基準，マックスマックス基準，最大機会損失・最小化基準はＶを用いた判断であり，期待値基準はＰとＶの２変数を考慮した判断である。このように，意思決定基準はＰとＶの２変数を適切に考慮してつくられるものである。

確率変数値や期待値は現行のカリキュラムでは，高等学校で学習する内容である。しかし期待値は，小学校第５学年で学習する平均の考えと密接に関わるものである。実際に小学生がＰとＶの２変数を考慮したインフォーマルな期待値判断を持ち合わせていることが報告されている（口分田 2022）。意思決定と確率概念の関わりを考えれば，確率変数値や期待値を用いた判断は欠かせない内容となる。一方で意思決定課題では，確率概念を割合（頻度）として混同していても形

式的に妥当な判断が下せてしまう。例えば「3回に1回当たる確率」を「3回に1回必ず当たる」と誤って解釈していても妥当な意思決定を下すことが可能となる場合がある。確率概念の理解が伴っているかどうかについては，「事象には必ず偶然性や変動性が伴う」という見方・考え方が重要となる。事象の偶然性や変動性を認める立場は「非決定論」と称され，この見方・考え方は，統計の学習指導において本質的である（大谷，2016）。そこで本研究では，中学校段階の確率学習の内容として確率変数値や期待値だけでなく，確率事象の偶然性や変動性も射程に入れる。

1.4 本研究の目的

既に述べてきたように現行の確率学習の内容と日常的な意思決定判断との隔たりは大きい。一方で平成29年告示の学習指導要領では，統計的確率の扱いが拡充されており，日常生活との関わりが以前と比べれば充実した状況にあると言える。そこで現行の確率学習が学習者の規範的意思決定能力にどのような影響を与えているのかについて検証してみる必要がある。

以上の議論を踏まえ，本研究では意思決定課題における中学生の確率判断に関わる認知的特徴を明らかにすることを目的とする。この目的を達成するために，以下の3点を分析の視点として設定した。

分析の視点1は，不確実性下の意思決定課題に対してどのような方略を用いるのかである。日常生活では，確率が未知であることが多い。そのような条件下で統計的確率を学習した学習者がどのような方略を用いて意思決定をするのかについて調査を行う。

分析の視点2は，リスク下の規範的意思決定課題に対して意思決定基準を適切に使い分けることができるのかである。小島（2014）に基づいた4つの意思決定基準それぞれを採用することが望ましい場面を提示し，学習者が基準を適切に使い分けることができるのかについて調査を行う。

分析の視点3は，確率事象における偶然性や変動性（以下，偶然変動）が持つ分布的特徴をどのように捉えているのかである。確率概念と割合（頻度）との混同が指摘されていることを踏まえ，「3回に1回の確率で当たる場合」の分布的特徴と「3回に1回必ず当たる場合」の分布的特徴をそれぞれどのように捉えているのかについて調査を行う。

2. 方法

2.1 対象者

A県内B中学校第2学年，1組32名，2組28名，計60名である。第1学年で確率の定義と統計的確率の意味については学習済であるが，第2学年の古典的確率については未習である。

2.2 実施時期

1組は2023年1月16日（月），2組は2023年1月20日（金）に調査を行った。所要時間は両クラスとも約50分であった。

2.3 課題冊子

課題は 3 種類で，意思決定課題，意思決定基準課題，偶然変動課題とした。以下，それぞれの課題について述べる。

意思決定課題

意思決定課題は，次の 2 種類作成した。意思決定環境は不確実性下の意思決定とし，選択肢の確率が未知である状況でどのような方略を用いるのかを調査するものである。1 種類目は，現実場面として通学路を題材とした問題である（Figure 1)。選択肢は3つとし，A はハイリスクハイリターン，B は中リスク中リターン，C はローリスクローリターンとなるように設定した。

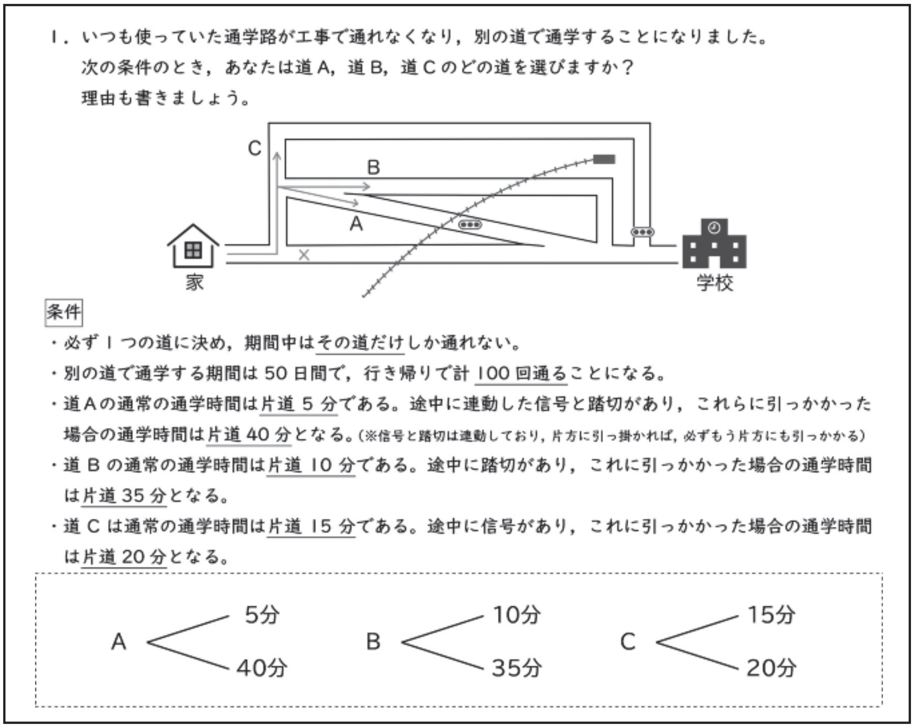


Figure 1　意思決定課題（現実場面）

2種類目は，くじ引きを題材とした問題である（Figure 2)。くじ引きは検定教科書においてもよく見られる題材であり，条件が統制しやすい数学的場面として設定した。選択肢は3つとし，1 種類目同様 A はハイリスクハイリターン，B は中リスク中リターン，C はローリスクローリターンとなるように設定した。

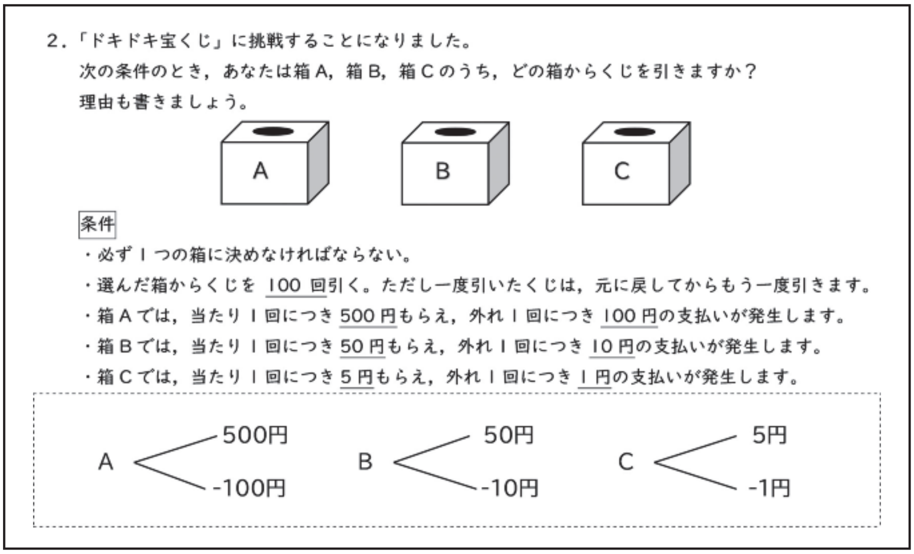


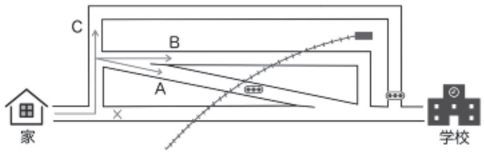
Figure 2　意思決定課題（数学的場面）

意思決定基準課題

意思決定基準課題は，現実場面に即した通学路を題材とした問題（Figure 3，4）と，数学的場面に即したルーレットを題材とした問題（Figure 6，7）の2種類作成した。意思決定環境はリスク下の意思決定とし，選択肢の確率が既知の状況で意思決定を行うものである。この課題では，それぞれの意思決定基準に対して適切な方略を用いて判断できるのかを問う。選択肢は3つであり，意思決定課題と同様にAはハイリスクハイリターン，Bは中リスク中リターン，Cはローリスクローリターンとなるように設定した。4つの基準については，ア：マックスミン基準，イ：マックスマックス基準，ウ：期待値基準，エ：最大機会損失・最小化基準として設定した。それぞれの基準としては，Figure 5，8のように提示した。各問題で小問を2問ずつ出題し，ウとエの選択肢の正答がそれぞれで異なるようにPとVの数値を設定した。

３．いつも使っていた通学路が工事で通れなくなり，別の道で通学することになった友人が４人います。次の条件のとき，４人それぞれにおすすめの道はどれだと思いますか？
理由も書きましょう。

(1)



条件１

・必ず１つの道に決め，期間中はその道だけしか通れない。
・別の道で通学する期間は 50 日間で，行き帰りで計 100 回通ることになる。
・道Ａの通常の通学時間は片道５分である。途中に連動した信号と踏切があり，これらに引っかかる確率は 20%であり，この場合の通学時間は片道 40 分となる。（※信号と踏切は連動しており，片方に引っ掛かれば，必ずもう片方にも引っかかる。）
・道Ｂの通常の通学時間は片道 10 分である。途中に踏切があり，これに引っかかる確率は 40%であり，この場合の通学時間は片道 35 分となる。
・道Ｃは通常の通学時間は片道 15 分である。途中に信号があり，これに引っかかる確率は 60%であり，場合の通学時間は片道 20 分となる。

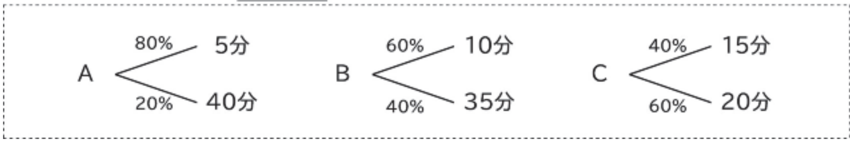


Figure 3　意思決定基準課題（現実場面（1））

条件２

・必ず１つの道に決め，期間中はその道だけしか通れない。
・別の道で通学する期間は 50 日間で，行き帰りで計 100 回通ることになる。
・道Ａの通常の通学時間は片道５分である。途中に連動した信号と踏切があり，これらに引っかかる確率は 60%であり，この場合の通学時間は片道 35 分となる。（※信号と踏切は連動しており，片方に引っ掛かれば，必ずもう片方にも引っかかる。）
・道Ｂの通常の通学時間は片道 10 分である。途中に踏切があり，これに引っかかる確率は 70%であり，この場合の通学時間は片道 25 分となる。
・道Ｃは通常の通学時間は片道 15 分である。途中に信号があり，これに引っかかる確率は 80%であり，場合の通学時間は片道 20 分となる。

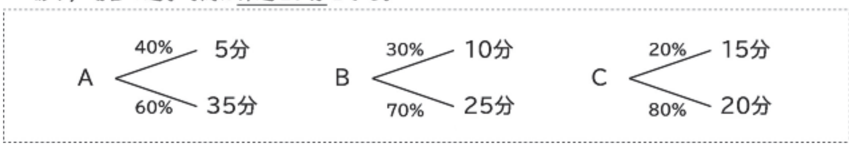


Figure 4　意思決定基準課題（現実場面（2））

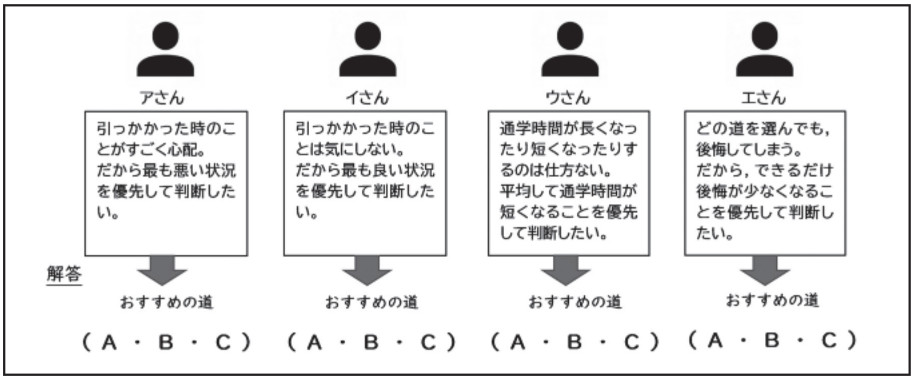


Figure 5 4つの意思決定基準（現実場面）

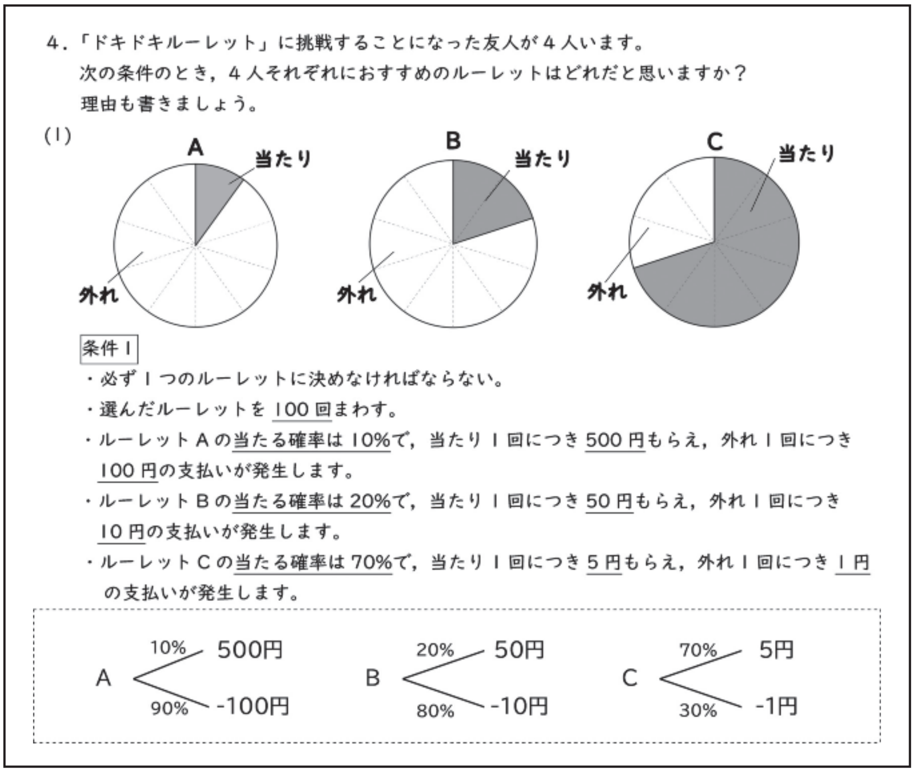


Figure 6 意思決定基準課題（数学的場面（1））

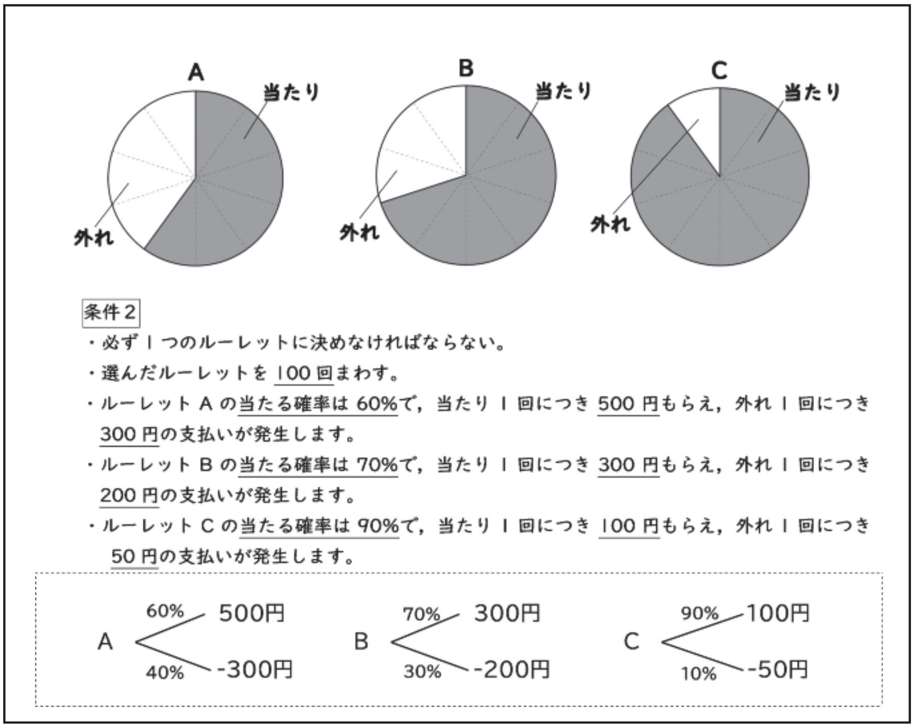


Figure 7　意思決定基準課題（数学的場面（2））

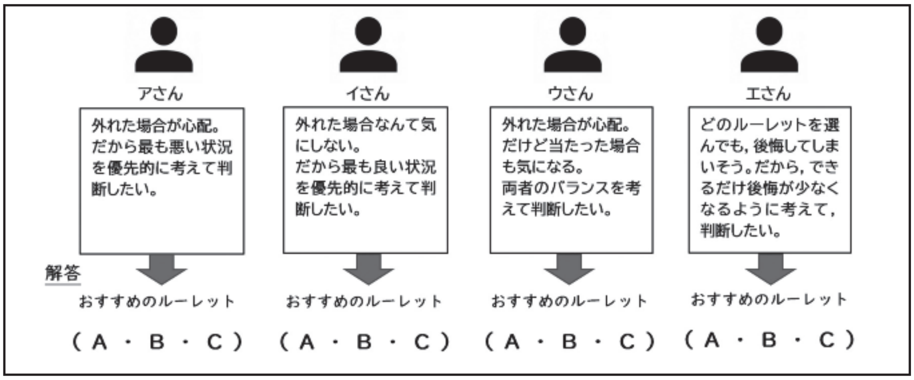


Figure 8　４つの意思決定基準（数学的場面）

偶然変動課題

偶然変動課題は次のように作成した。まず問題は，プログラムで規定されたガチャを題材とした。これはリアルなくじでは困難な「確率」や「割合」などの条件が統制しやすいためである。また確率概念と割合（頻度）との混同が指摘されていることを踏まえ，(1)「3回に1回の確率で

当たるガチャ」(Figure 9),(2)「3回に1回の割合で当たるガチャ」,(3)「3回に1回必ず当たるガチャ」の3種類を用意し,それぞれに対して挑戦した結果を表すグラフとして適切なものを選択する問題を作成した。偶然性や変動性を伴う「確率」に対し,偶然性や変動性を伴わない用語として「必ず」を採用した。また「割合」は一般的に偶然性や変動性を伴わない場合に用いることが多い。しかし無定義として取り扱われることが多いため,確率の捉えとの差異を調べるために問題に加えた。

(1) スマホゲームのガチャに「3回に1回の確率で当たる」と書かれていました。プログラムでつくられたガチャは中に入っているくじの数が見えないので,どのくらい当たるのかについて次のように調べてみることにしました。

調べ方
・1人3回挑戦して,3回中何回当たったのか,回数を記録する。
・10000人に挑戦してもらい,データを集める。

当たった回数と人数を表すグラフとして最も適切なものを次から1つ選び,○をつけましょう。

Figure 9 偶然変動課題(1)

選択肢としてのグラフは,①一様分布,②3回に1回必ず当たった場合(比例定数),③理想的な分布からずれたもの(比率差大),④理想的な分布(正答),⑤理想的な分布に対して偏りがあるもの(A),⑥理想的な分布に対して偏りがあるもの(B)を用意した。Figure 10は選択肢の一覧を示したものである。

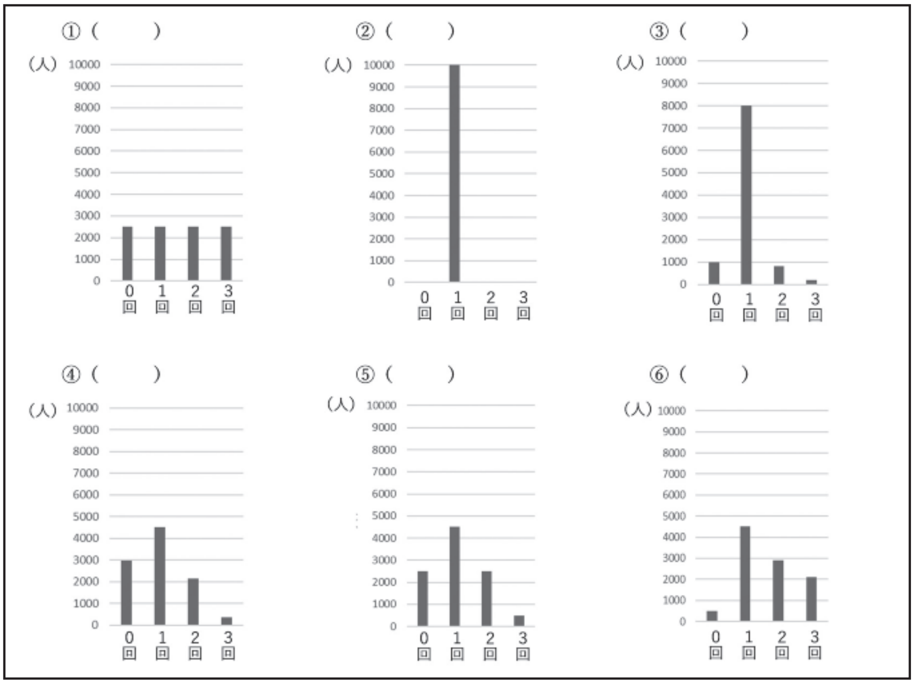


Figure 10　提示したグラフの選択肢

3. 結果と考察

3.1 分析の視点1：不確実性下の意思決定課題に対してどのような方略を用いるのか

意思決定課題の結果の分析は次のような手順で進めた。まず，選択肢に対する反応について，解答を集計した。現実場面の問題と数学的場面の問題それぞれについて，選択肢はA（ハイリスクハイリターン），B（中リスク中リターン），C（ローリスクローリターン）の3種類である。次に学習者の方略を分析するために，理由記述の分析を行った。理由記述の分析については，数量の大小比較のみで考えている定性的推理であるか，演算を用いて考えている定量的推理であるかに着目して分類した。その中でも，Pのみに着目しているもの，Vのみに着目しているもの，PとVの両方を考慮しているものの3種類に分類し，それ以外のものはその他として分析を進めた。

Table 2-1は選択肢に対する反応の結果である。現実場面より数学的場面の方がAのハイリスクハイリターンを選択した学習者が多かった。具体的な方略について，Table 2-2は学習者の方略を分類したものである。現実場面，数学的場面どちらに対しても，Vのみで判断している学習者が多くみられた。現実場面では，「A,Bだと信号や踏切などに引っかかったときのリスクが大きいから。」というように定性的にVを見て判断している解答や，「信号に引っかかってもかかる時間は5分しか変わらないから。」というようにVのみを用いて定量的に時間の差を求めている記述が見られた。数学的場面では「負けたとしても損失が少ないCを選ぶ。」というように定性的にVの値

に着目しマックスミン基準を用いて判断している解答や,「100回引いて，全部外れだったとすると，Ａは10000円損するし，Ｂだと1000円損するから，安全なＣがいいと思う。」という全て外れた場合の金額を定量的に求めて判断している記述が見られた。このように確率が未知である不確実性下の意思決定では，Ｐを考慮せずにＶのみで意思決定する傾向があると言える。

しかし中には, Ｐを自ら設定してＰとＶの２変数を考慮している学習者も一部みられた。現実場面では，信号や踏切に引っかかる確率を1/2と設定し，全ての期待値を求めて比較している解答が見られた。また数学的場面では,「当たりよりも外れの数の方が多いと思うので，外ればかり引いても失う金額が少ないＣを選んだ。」というＰとＶを用いて定性的に判断している解答や「あたりの確率が1/25だったとき」というように確率を仮定し，それぞれの金額を求めて比較する記述が見られた（Figure 11）。

Table 2-1　選択肢に対する反応（カッコ内は%）

選択肢	現実場面		数学的場面	
A	13	(21.7)	28	(46.7)
B	2	(3.3)	8	(13.3)
C	45	(75.0)	24	(40.0)

Table 2-2　学習者の方略の分類（カッコ内は%）

方略		現実場面		数学的場面	
定性的	P	0	(0.0)	1	(1.7)
	V	23	(38.3)	21	(35.0)
	PV	3	(5.0)	8	(13.3)
定量的	P	0	(0.0)	0	(0.0)
	V	14	(23.3)	8	(13.3)
	PV	9	(15.0)	12	(20.0)
その他		11	(18.3)	10	(16.7)

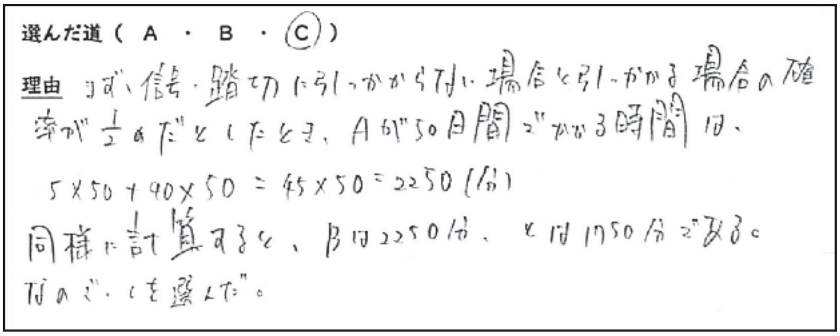

選んだ道（ A ・ B ・ C ）
理由　まず、信号・踏切に引っかからない場合と引っかかる場合の確率が $\frac{1}{2}$ のだとしたとき、Aが50日間でかかる時間は、
5×50＋40×50＝45×50＝2250（分）
同様に計算すると、Bは2250分、Cは1750分である。
なので、Cを選んだ。

Figure 11　意思決定課題（現実場面）のＰとＶの２変数を考慮した解答の例

3.2 分析の視点2：リスク下の規範的意思決定課題に対して意思決定基準を適切に使い分けることができるのか

意思決定基準課題の結果の分析は次のような手順で進めた。まず，選択肢に対する反応について，解答を集計した。現実場面の問題と数学的場面の問題それぞれについて，選択肢はA（ハイリスクハイリターン），B（中リスク中リターン），C（ローリスクローリターン）の3種類である。次に学習者の方略を分析するために，理由記述の分析を行った。理由記述の分析については，4つの基準ごとに分析を行った。まずマックスミン基準は，Vの大小を比較して各選択肢の損失が最小であるCを選択しているとみられる解答を正応答とした。マックスマックス基準は，Vの大小を比較して各選択肢の利益が最大であるAを選択しているとみられる解答を正応答とした。期待値基準は期待値を求めて比較し，現実場面は期待値が最小のもの，数学的場面は期待値が最大のものを選択しているとみられる解答を正応答とした。最大機会損失・最小化基準は，選択肢を1つ選んだ時に他の選択肢と比べてどれくらい損をするかを求め，その最大値が最も小さいものを選択しているとみられる解答を正応答とした。

Table 3-1, 3-2は各問題の選択肢に対する反応を整理したものである。この集計結果では選択肢を適当に選んで正答となっている可能性も考えられるが，理由記述は無解答でも正しい認識で正答を選んでいる場合もあると考え，選択肢のみの結果から分析を行った。各選択肢の反応について，マックスミン基準（表中ではmin），マックスマックス基準（表中ではmax）に関しては，全ての問題で8割を超える学習者が正しく選択することができている。期待値基準（表中ではex），最大機会損失・最小化基準（表中ではsa）に関しては，選択肢にばらつきがあり，方略についてさらに分析する必要がある。

Table 3-1　選択肢に対する反応（現実場面）（カッコ内は%）

基準	小問（1）		小問（2）	
	正答	誤答	正答	誤答
min	56（93.3）	4（6.7）	48（80.0）	12（20.0）
max	59（98.3）	1（1.7）	58（96.7）	2（3.3）
ex	29（48.3）	31（51.7）	41（68.3）	19（31.7）
sa	29（48.3）	31（51.7）	11（18.3）	49（81.7）

Table 3-2　選択肢に対する反応（数学的場面）（カッコ内は%）

基準	小問（1）		小問（2）	
	正答	誤答	正答	誤答
min	54（90.0）	6（10.0）	52（86.7）	8（13.3）
max	58（96.7）	2（3.3）	56（93.3）	4（6.7）
ex	26（43.3）	34（56.7）	21（35.0）	39（65.0）
sa	5（8.3）	55（91.7）	15（25.0）	45（75.0）

Table 4-1，4-2は学習者の理由記述の反応を示したものである。マックスミン基準では，現実場面・数学的場面のどちらの問題でもCと正しく選択できていても，理由記述で誤応答に分類された学習者が増えた。誤応答では，定性的でも定量的でもない心情等を理由とした解答などが見られた。マックスマックス基準では，どちらの問題でも7割以上の学習者が正応答となり正しく選べる学習者が多かった。期待値基準では，マックスミン基準やマックスマックス基準と比較して，現実場面と数学的場面のどちらの問題でも正応答と分類される学習者が減少した。現実場面の問題では，「3つの中でCが一番引っかかったときと引っかからなかったときの差があまり変わらないから」というように，Pを無視してVのみを用いて定量的に判断している解答が見られた。数学的場面の問題では，「ちょうど真ん中がバランスいいと思ったから」とBを選択する学習者が多かった。しかし，PとVの2変数を考慮し，期待値を考えている学習者も一定数存在することが明らかとなった。例えば，数学的場面の問題では，条件を100回試行としたことから，当たりの確率と外れの確率を100回中〇回というように定数回として捉え，100回挑戦したときに期待できる合計金額を求めて比較する解答が見られた。最大機会損失・最小化基準では，どちらの問題も正応答となった学習者はほとんど存在しなかった。誤応答としては，期待値基準と同様に捉えている学習者などが見られた。

Table 4-1 理由記述の反応（現実場面）（カッコ内は%）

基準	小問（1）		小問（2）	
	正応答	誤応答	正応答	誤応答
min	48 (80.0)	12 (20.0)	38 (63.3)	22 (36.7)
max	51 (85.0)	9 (15.0)	45 (75.0)	15 (25.0)
ex	21 (35.0)	39 (65.0)	25 (41.7)	35 (58.3)
sa	0 (0.0)	60 (100.0)	1 (1.7)	59 (98.3)

Table 4-2 理由記述の反応（数学的場面）（カッコ内は%）

基準	小問（1）		小問（2）	
	正応答	誤応答	正応答	誤応答
min	30 (50.0)	30 (50.0)	32 (53.3)	28 (46.7)
max	44 (73.3)	16 (26.7)	42 (70.0)	18 (30.0)
ex	13 (21.7)	47 (78.3)	13 (21.7)	47 (78.3)
sa	0 (0.0)	60 (100.0)	0 (0.0)	60 (100.0)

3.3 分析の視点3：確率事象における偶然変動の分布的特徴をどのように捉えているのか

Table 5は，偶然変動課題における反応の結果を整理したものである。(1)「3回に1回の確率で当たるガチャ」について，正しいグラフである④を選択した学習者は18.3%と少なかった。誤答として⑤の正規分布のような左右バランスの良いグラフを選択した学習者が23.3%と最も多

く，次に①の一様分布のグラフを選択した学習者が 18.3% という結果であった。このことから確率事象が持つ偶然変動の特徴は，現行の統計的確率の学習やこれまでの生活経験では十分に身に付いていないことが分かる。

(2)「3回に1回の割合で当たるガチャ」について検討する。割合の用語を「3回に1回必ず当たる」と解釈するか，確率と割合の用語を同じものと解釈するかによって正しい選択肢は変わってくる。②は「必ず」と解釈した場合の正しい選択であるが選択率は16.7%であった。④は「確率」と解釈した場合の正しい選択肢であるが，選択率は 11.7% であった。この結果から「割合」の用語の理解に曖昧さがあることが分かる。また（1）や（3）と比較すれば，「割合」の用語を「必ず」と解釈しているのではなく，「確率」と同一視して捉える傾向がある。

(3)「3回に1回必ず当たるガチャ」では，正答である②のグラフを選んだ学習者は60.0%であった。(1)や(2)に比べると，正答率が高い。この結果から，「3回に1回の確率」を「3回に1回必ず」と混同している学習者は少ないことがわかる。一方で「3回に1回の確率」の分布的特徴は，生活経験や，統計的確率の学習経験では身についていないことが分かる。

Table 5　偶然変動課題における反応（カッコ内は%）

選択肢	(1) 確率	(2) 割合	(3) 必ず
①	11 (18.3)	13 (21.7)	9 (15.0)
②	4 (6.7)	10 (16.7)	36 (60.0)
③	10 (16.7)	11 (18.3)	5 (8.3)
④	11 (18.3)	7 (11.7)	2 (3.3)
⑤	14 (23.3)	9 (15.0)	1 (1.7)
⑥	6 (10.0)	4 (6.7)	1 (1.7)
その他	2 (3.3)	2 (3.3)	2 (3.3)
無解答	2 (3.3)	4 (6.7)	4 (6.7)

4. 総合考察

以上を踏まえて総合考察を行う。本研究では意思決定課題における中学生の確率判断に関わる認知的特徴を明らかにすることが目的であった。分析の視点に基づいて考察していく。

4.1 本研究の成果

分析の視点1は「不確実性下の意思決定課題に対してどのような方略を用いるのか」であった。調査の結果，不確実性下の意思決定においては，学習者の多くはVのみを用いて判断しており，Pを無視する傾向が明らかとなった。しかし，Pを自ら設定してPとVの2変数を考慮している学習者も一定数存在することも明らかとなった。特に数学的場面の意思決定課題ではこの傾向が確認できた。不確実性下の意思決定課題は，不良設定問題の一種と捉えることができ，与えられてい

ない条件をどこまで考慮するのかという判断が求められる。現実場面では，P が未知であることが多く，こうした不良設定問題を確率学習で取り扱っていくことには意義があると考えられる。しかし確率事象に関するデータが未知であるため統計的確率は適用できず，古典的確率も根元事象の同等性が前提となっていなければ適用できない。つまり「主観確率」をうまく活用していくことが重要になる。不確実性下の意思決定課題を教材として取り扱っていくためには，現在の確率学習で取り扱われる統計的確率と古典的確率に加え，主観確率を適切に確率学習に取り入れていく必要がある。

分析の視点２は「リスク下の規範的意思決定課題に対して意思決定基準を適切に使い分けることができるのか」であった。調査の結果，マックスミン基準とマックスマックス基準は比較的捉えやすく，期待値基準と最大機会損失・最小化基準は捉えにくいことがわかった。期待値基準は，捉えにくいとは言っても期待値基準につながるような考えを持ち合わせている学習者は一定数存在していた。例えば，確率を「100回中○回」のように頻度形式で解釈し，期待される時間や金額を求めた解答がいくつか見られた。こうした期待値のつながる考え方は，試行回数100回という条件から引き出された可能性がある。つまり定数回試行の条件下で，意思決定課題に取り組ませ，確率と平均に帰着して考えさせることで，期待値基準の見方がうまく促進される可能性がある。

分析の視点3は「確率事象における偶然変動の分布的特徴をどのように捉えているのか」であった。これについて認識調査の結果より，確率事象を分布として捉えることの困難さが浮き彫りとなった。確率は理論値であり，期待値基準は確率を用いて作られている。期待値基準の意味を確率分布と関連させながらどのように理解させるのかについては，今後さらに検証してみる必要がある。

4.2 本研究の制約と今後の課題

本研究では日常生活における意思決定を見据えているものの，調査問題に関しては数学教育内における限定的な内容を扱っている。調査研究には必ず制約があり，本研究においても時間数などの制約から，問題数を削減せざるを得なかった。また本研究の調査課題のように文脈が抽象化された意思決定課題のもとでは主観確率を働かせることが難しい可能性が考えられる。そのため，主観確率を表出することができる文脈についてもさらに検討を進める必要がある。この他，様々な現実場面や数学的場面について，さらに整理を進めながら，検証する必要がある。また調査結果を踏まえ，具体的な教材を開発し，それらを用いて教育実践を行うことから，妥当性について検証する必要がある。

付記

本稿は，2023年度第27回数学教育学会大学院生等部会予稿集の内容に，新たな分析対象と分析結果を加え，加筆・修正したものです。また本研究はJSPS科研費22K13780の助成を受けたもの

です。調査にご協力頂きました生徒の皆様と先生方に，ここに改めてお礼申し上げます。

引用文献

Borovcnik, M., Kapadia, R., Reasoning with Risk: Teaching Probability and Risk as Twin Concepts. In Batanero, C., Chernoff, E. J.（Eds.）, Teaching and Learning Stochastics Advances in Probability Education Research, Springer International Publishing, pp.39-50, 2018

Gal, I., Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In Jones, G. A.（Ed.）, Exploring probability in school. Challenges for teaching and learning, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, pp.43-70, 2005

市川伸一, 学ぶ意欲とスキルを育てる 今求められる学力向上策, 小学館, pp.49-78, 2004

石川大輔, 数理科学的意思決定を意図する授業における教師の役割に関する一考察―「社会科見学経路決め」の授業を例に―, 日本数学教育学会誌, 第102巻, 第6号, pp.3-12, 2020

石橋一昴, 意思決定に求められる確率判断能力の育成に向けた確率教育に関する一考察 - ベイズの定理に着目して -, 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 第23巻, 第2号, pp.83-90, 2017

口分田政史, 小学校段階における学習者の期待値判断の学年横断的調査研究, 数学教育学会誌, Vol.63, No.1・2, 2022

小島寛之, 数学的決断の技術 優しい確率で「たった一つ」の正解を導く方法, 朝日新書, pp.17-27, 2014

文部科学省, 学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編, 2017

西﨑一郎, 意思決定の数理 最適な案を選択するための理論と手法, 森北出版株式会社, 2017

西村圭一編著, 真の問題解決能力を育てる算数授業－資質・能力の育成を目指して－, 明治図書, 2016

大谷洋貴, 否定論を視点とした回帰直線の学習指導に関する一考察, 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 第22巻, 第2号, pp.141-151, 2016

竹村和久, 意思決定とその支援『認知心理学 4 思考』, pp.81-105, 東京大学出版会, 2009

Till, C., Fostering Risk Literacy in Elementary School. Mathematics Education, Vol.9,2, pp.83-96, 2014