福井大学リポジトリ
UNIVERSITY OF FUKUI
REPOSITORY

体験的活動を生かした投影図の学習：H24体験ふむふむ数学クラブ「遠くのものはなぜ小さく見えるのか?」の実践報告

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2014-05-16 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 西村, 保三, 大久保, 裕介, 佐分利, 豊, 坪川, 武弘, 福田, 浩之, 松田, 立行, 松本, 智恵子, 山下, 敏明 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10098/8273

福井大学教育実践研究　2013，第38号，pp.101－109

実践報告・資料

体験的活動を生かした投影図の学習
― H24体験ふむふむ数学クラブ「遠くのものはなぜ小さく見えるのか？」の実践報告 ―

福井大学教育地域科学部　西　村　保　三
元福井県立足羽高等学校教諭　大久保　裕　介
福井大学教育地域科学部　佐分利　　豊
福井工業高等専門学校　坪　川　武　弘
福井県立高志高等学校　福　田　浩　之
福井県立大野高等学校　松　田　立　行
福井大学教育地域科学部　松　本　智恵子
㈱福井村田製作所　山　下　敏　明

本稿は，平成24年度に福井大学で開催された公開講座「体験ふむふむ数学クラブ―遠くのものはなぜ小さく見えるのか？」の実践報告である。この公開講座の狙いは，数学が苦手だったという一般の社会人や中高生を対象として，建物の見取り図や絵画・写真などを取り上げ，グループによる体験的活動を通して，投影図の数理を楽しみながら学んでもらうことである。またそれを実現するカリキュラムを，高等学校・高等専門学校・福井大学の数学教員による協働によって開発することも目標としている。

キーワード：数学教育，投影，遠近法，立体図形

1．はじめに

福井大学教育地域科学部数学教室では，H19年度から「体験ふむふむ数学クラブ」という公開講座を実施している。この公開講座の狙いは，「数学が苦手だ。どうして数学を学ぶのだろう？」と感じている社会人や，学校の生徒を対象に，体験的なグループ学習によって，数学を楽しんで学び，参加者の数学に対する興味・関心を高めるとともに，数学が社会のさまざまな場面において果たす役割を理解してもらうことを目的としている。またそれを実現するカリキュラムを，高等学校および高等専門学校の数学教員や企業で働いている方との協働によって，共に学び合いながら開発することも目標としている（過去の実践例については，西村他2011参照）。

本稿では，体験的な学びを促す数学の公開講座「ふむふむ」の活動から，H24年度に実施した「遠くのものはなぜ小さく見えるのか？」（全2回）の実践を紹介する。

2．数学的背景

始めに投影図についての数学的な背景を簡単に述べる。投影とは，空間図形を平面（投影面という）に表すことであり，数学的には空間から平面への写像といえる。例えば，建物の見取り図や機械の設計図，地図や，絵画・写真も投影図の1種である。図1に投影の模式図を示した。空間の各点と，投影によるその点の像を結ぶ直線を投影線と呼ぶ。主な投影に平行投影と中心投影の2種類がある。平行投影は投影線が平行線である投影で，数学

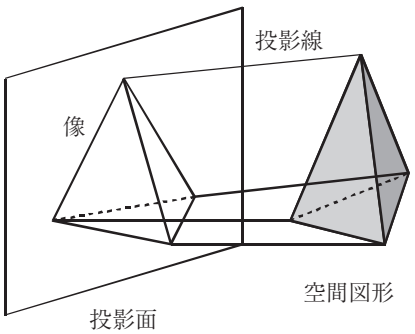


図１：投影の模式図

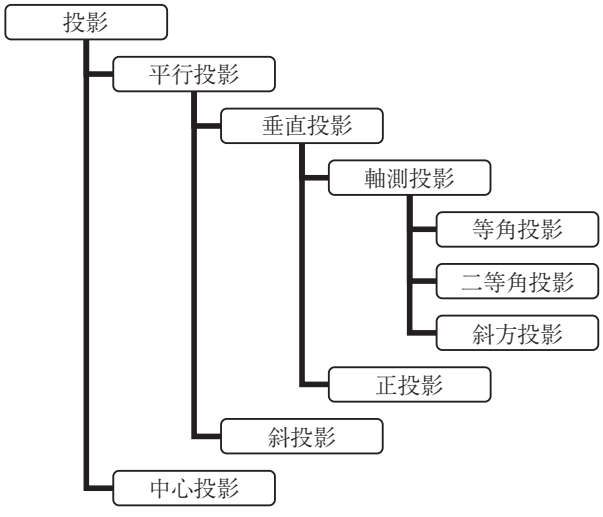


図２：主な投影法の分類

的にはアフィン写像と呼ばれ，線形代数学（行列）で記述できる。中心投影は投影線がある1点（視点）を通る放射状の直線となる投影で，数学的には射影変換と呼ばれる。これは絵画に遠近感を表現する遠近法(透視投影)と同じであり，遠近法の理論から，射影幾何学が生まれている。

平行投影は，投影線が投影面に垂直な垂直投影と，垂直でない斜投影に大別できる。垂直投影の典型は，立体を真正面・真上・真横から投影した正面図・平面図・側面図であり，正投影と呼ばれている。正投影は，数学的には座標軸方向への射影であり,斜めの方向への射影は,軸測投影と呼ばれる。軸測投影は，座標軸に関する対称性に応じて等角投影・二等角投影・斜方投影に分類される（詳しくは図14参照)。軸測投影は座標の取り方を替えれば，正投影と同じものであり，数学的には直交変換と正射影の合成である。

3．授業実践

本講座は，西村が全体を統括して，テキストの作成から進行までをこなした。事前の打合せで今回は投影図をテーマに公開講座を行うという概略が決められ，講座の2週間前に講師で集まって，講習内容について打合せを行い，配布テキストを作成した。配布テキストにおける講習の流れは以下のようになっている。

第1回（9月15日）
（1）積み木を並べてみよう
（2）立体を正面・真上・真横から見たら？
（3）見取り図の描き方

第2回（10月20日）
（4）立方体を斜めから見たら？
（5）写真と絵画に見る投影図
（6）中心投影の描き方
（7）中心投影の応用

本講座では，1テーブル4～5人の班に分けてグループ活動を行い，各班に講師が1～2名ファシリテーターとしてついて，各班の活動の支援を行うという形式で講習を行った。

第１回

（1）積み木を並べてみよう

立方体の積み木『ずけいキューブつみき』（公文出版）を使って，問題図に示された図形を組み立てる活動を行った（図3)。まずこの商品に付随している問題図を幾つか並べてもらい，少し慣れたところで，正面図・平面図・（側面図）を示した独自の問題図から積み木を並べるという課題に取り組んでもらった（図4)。

図３：積み木を並べる課題に取り組む参加者

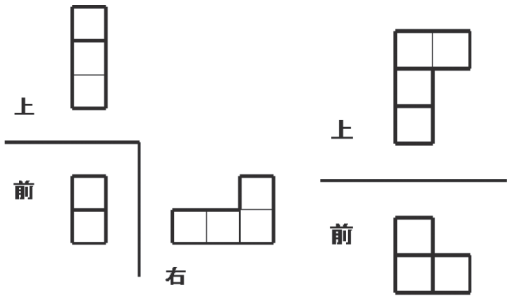


図４：積み木の問題図の例

積み木の課題は，立体パズルを解くような感覚で，皆楽しんで取り組んでいた。図4の問題図では，積み木の輪郭線（太い線）と同じ高さの積み木が接する線（細い線）の見分けが鍵であるが，この区別は文章で説明するとかえってわかりにくいので，例題を使って口頭で説明した。

次に用語の解説として，図4における正面から見た図･真上から見た図・真横から見た図のことをそれぞれ正面図・平面図・側面図といい，これらを正投影図と呼ぶことを説明した（図5)。そしてそれらを図4・5の配置に並べて立体を表現する方法を第三角法と呼び，設計図などでよく使われていることを補足した（図5の説明図は図学の教科書：稲葉・藤原2009を参考にした)。また例として正面図と平面図が正方形の時に，その立体および側面図はどうなるかを各班で話し合って発表してもらった。その結果立方体の他，円柱・三角柱・穴あきの四角柱やL字型・コの字型など色々な形が答えとしてでてきた。そのことから，単純な図形なら正面図と平面図だけ

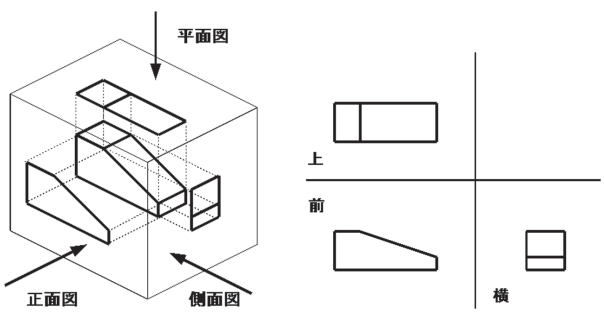


図５：第三角法の説明図

で表せるが，それだけでは図形は決まらないこともあるので，複雑な場合は側面図も描く必要があることを注意した。

先ほどは問題図から積み木で形を作ってもらったが，今度は逆に，各自自由に積み木で形を作って，それを第三角法で描くという課題に取り組んだ（図6）。図を描くスペース3か所に5×5の方眼を薄く点線で描いた「第三角法用紙」を作り，そこに太い線を記入して図を描いてもらった。図が描けたら，各班で他の人と交換して，元の立体が再現できるかを試してもらった。これはゲーム感覚で楽しめる課題だったようで，皆楽しく課題に取り組んでいた。しかし初めてだとなかなか正しい図を描くのは難しい様子で，図が合っているかどうかや，答えが1通りに決まる問題かなどの確認を各班のファシリテーターが支援した。もっとも，講師自身，このような立体パズルに取り組んだ経験はほとんどないため，講師も一緒になって考えるという形で，講師を含めた参加者同士でやり方を教え合う様子が自然発生的に見られた。

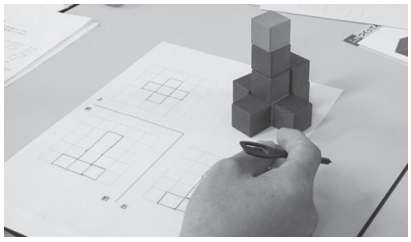


図６：積み木の正投影図を第三角法で描く

各班で問題の出し合いをしてもらった後，それぞれの班から代表問題を1問ずつ出してもらい，それを他の班の人が解くという班対抗のゲームを行った。実際にやってみると，あまり複雑な問題を作ると，解くのが大変になるため，ゲームとして楽しめるように，班の代表問題を選ぶ際には，複雑過ぎない適度な問題をファシリテーターが主導して選ぶ必要があった。

(2) 立体を正面・真上・真横から見たら？

次に，画用紙に多面体の展開図を描いたもの（図7）を各班に何枚か配り，それをハサミで切ってセロテープで止めて立体を作ってもらい，できた立体の投影図を第三角法で描く課題に取り組んだ（図8）。用意した展開図は，三角柱（正三角柱と立方体を2等分したもの（図7左）の2種），四角錐（高さが正方形の1辺と同じ長さの正四角錐と，立方体を3等分したもの（図7右）の2種），正四面体，正八面体，直方体の7種類である。この課題の狙いは，積み木では表現できない斜めの面のある立体の投影図を扱うことと，多面体を展開図から手作業で作る体験をすることで，立体の空間的なイメージを養うことである。

図７：展開図の例（三角柱と四角錐）

この課題に取り組む際，参加者の興味を引くために「正八面体をテーブルに置いて，真上から見たらどんな形に見えるでしょう？」という問い掛けを行った。答えは正六角形だが，頭で考えるだけではわかりにくく，実際に立体を観察することで理解できる好例である（岩井他2006 例題4.3参照）。また正四面体の投影図も，厳密に描こうとすると，高さを計算する必要があり，ちょっとした数学の問題になる（岩井他2006 例題4.1参照）。実際，参加者からも，正四面体の投影図をどう描くのかという質問があった。

図８：多面体の正投影図を描く

この課題において，図7右の四角錐の正投影図で，側面の三角形が実際の形（以下，実形）と違うことに疑問を持った参加者がいた。この現象は，斜めの面がない積み木では生じず，いい質問なので，実物投影機で立体をスクリーンに実際に投影させて，投影面に平行な面は実形と相似形に投影されるが，斜めの面は実形と（アフィン同型ではあるが）相似にはならないことを確認した（図9）。

図９：立体を実物投影機で投影する

次に，これまでの体験的活動で得られた第三角法の基本的な性質をまとめ，図10に示した応用問題を考えてもらった。

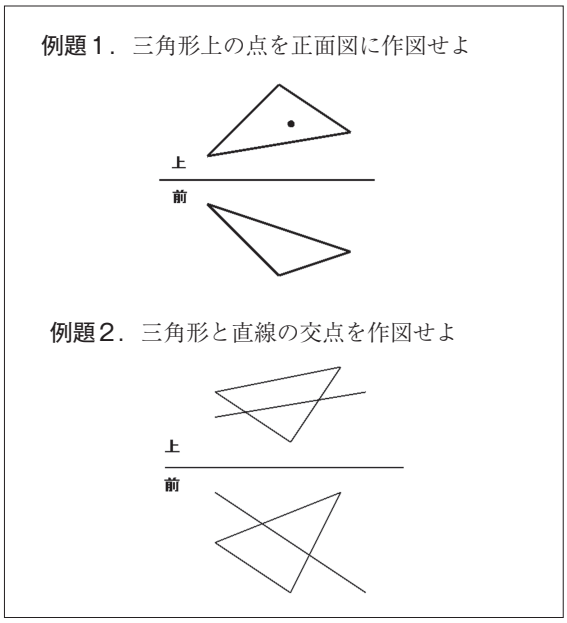


図10：第三角法の応用問題

これらの問題と解説は，図学の教科書（稲葉・藤原2009）から引用した。例題2は自力で考えることは難しいので，厚紙で作った図11左の立体模型を用いて，黒板上で講義形式で説明した。

解答.

1. 平面図で，三角形の1つの頂点をAとし，面上の点Pと結んだ直線APが対辺と交わる点をDとする。正面図でA,P,Dに対応する点をa,p,dとすると（点dは第三角法の図でDの真下にある），点pは直線ad上にあり，かつ第三角法の図でPの真下にある。
2. 平面図で，直線と三角形の縁の見かけの交点をD,Eとする。正面図で，点D,Eに対応する点をd,eとすると，三角形と直線の交点の正面図の像pは，直線de上にある（図11右）。

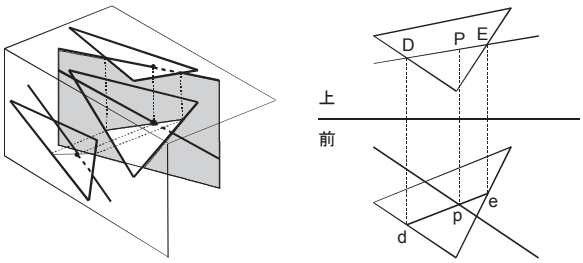


図11：例題２の説明図（左）と解答図（右）

※ここで説明した例題2の解法は，補助平面法と呼ばれる。他に，副投影図を利用する解法もある（岩井他2009 例題3.14参照）。

(3) 見取り図の描き方

「見取り図」とは，1枚の絵で立体の全体がわかるように描いた図の総称で，描き方に定まった規則はないが，ここでは小学校の算数で見取り図として学ぶ斜投影図の描き方を説明した。斜投影図では，奥行方向は斜めの角度で適当に縮小して描くが，その際の角度と縮尺は決まっていない（特に設計図を描く際の標準規格であるカバリエ投影（45度・実長）とキャビネット投影（45度･実長の1/2）については中学校の技術･家庭で学ぶ)。本講座では，方眼紙の罫線を利用して立方体が容易に描けるように，奥行を45度で実長の$1/\sqrt{2}$で描くという独自の規則（図12）を設定して，方眼紙に積み木で作った立体の見取り図を描いてもらった（図13)。

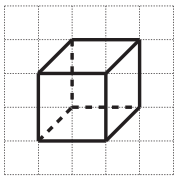


図12：立方体の斜投影図

投影面をxy平面とし，奥行がz軸になるように空間に座標を入れると，本講座の斜投影はf:(x,y,z)↦(x+z/2,y+z/2)で表される。これは線形写像であり，行列を使えば，$f(\vec{x}) = A\vec{x}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 1/2 \end{pmatrix},\ \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

とも表せる。同様にカバリエ投影，キャビネット投影，正投影（正面図）は，それぞれ以下の行列で表される線形写像である。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 1/2\sqrt{2} \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

実際に斜投影図を描いてみると，最初の1つの立方体が描ければ，いくつ立方体があっても自然に平行四辺形をつなげていくことで，誰もが積み木で作った立体を描くことができた。これは，1つの立方体（すなわち原点と基底）の像が決まれば，全ての点の像が線形性から単純に決まるというアフィン写像（線形写像と平行移動の合成）の基本性質による。斜めの面のある立体では，まずは斜めの面を無視して，頂点を先に描き，斜めの辺は頂点同士を線分で結べばよい（この課題は宿題とした)。このように立体の見取り図は，直観的にわかりやすい作図であることを体験した。最後に，今回説明した平行投影図の数理を簡単に解説して第1回の講習を終えた。

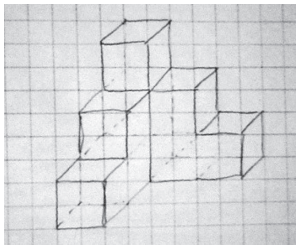


図13：参加者が描いた積み木の見取り図の例

第２回

(4) 立方体を斜めから見たら？

第2回の講習では，宿題の解答を兼ねて，第1回（第三角法，斜投影図）の復習から始めた。次に，斜投影図が立体を斜めから見た図ではないことに注意して，次の問いかけを行った。

問題. 立方体を対角線の方向から見た図を描いてください。

実際に手元にある立方体の積み木を観察することで，これが図14の左下図のような正六角形になることは，誰もが直観的に気づいたようだった。厳密に正六角形になることの数学的な証明は，黒板で簡単に説明し，この投影が等角投影と呼ばれていることを紹介した。また一般に斜め方向への垂直投影（射影）を軸測投影と呼び，立方体の投影図の対称性の観点から等角投影，二等角投影，斜方投影の3種に分類できることを補足した（図14）。

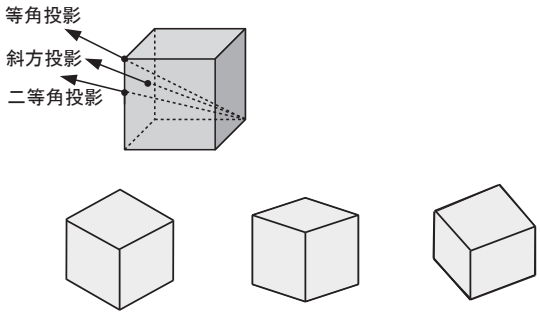


図14：立方体の軸測投影

次に積み木で作った立体の等角投影図を描く課題に取り組んだ。等角投影も，平行投影の1種なので最初の1個の立方体の投影図（正六角形）が描ければ，線形性から一般の図形に拡張できるという性質があるので，一般の図形の等角投影図を描くことは皆問題なくできていた。なおこの課題では，正三角形を敷き詰めた等角投影用の方眼紙を使用した（図15）。

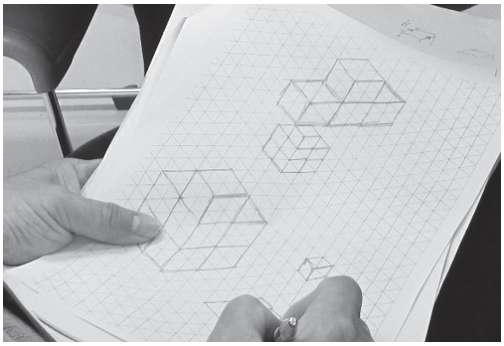


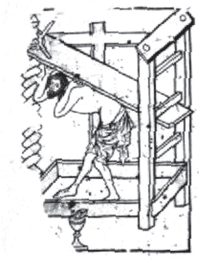
図15：立体の等角投影図を描く

(5) 絵画と写真に見る投影図

次にパワーポイントで用意したスライドを使って，絵画や写真，投影図の歴史について紹介し，「遠くのものはなぜ小さく見えるのか？」を説明した。初めに，正投影や斜投影，等角投影が設計図や建築物の見取り図，地図など，日常で目にする事例を幾つか紹介し，古い時代の絵画には，正投影あるいは斜投影で描かれた絵が多く見られることをスライドで紹介した（図16）。

エジプト壁画

ロマネスク絵画10c頃



ドイツの木版画14c頃

鳥居清長「女湯の図」

図16：絵画に見る正投影と斜投影

これらは平行投影であり，平行線は平行線のまま，すなわち同じ大きさのものは，遠くでも近くでも同じ大きさで描かれる。しかし，写真では遠くのものは小さく写っており，平行投影図とは異なっている（図17）。また，肉眼の見え方も写真に近いように思われる。

図17：写真（えちぜん鉄道の線路と総合研究棟Ⅰ）

風景を見えたままに，遠くのものを小さく描いて絵に遠近感を出す技法は「透視図法」とか「遠近法」と呼ばれ，1400年頃にイタリアの建築家ブルネレスキによって発明されたと言われている。友人のアルベルティが1435年に『絵画論』で透視図法の数学理論を説明している。透視図法の理論は「画法幾何学」と呼ばれ，後に射影幾何学へ発展していく。イタリアで学んだデューラーがドイツ語で出版した『測定法教則』には，透視図をどのようにして描いたのか，その方法や機材が描かれている（図18）。

ルネサンス以降，透視図法は，次第に世界中に広まっていく。こうした美術史や数学史を交えながら，様々な絵画をスライドで紹介して，透視図法について解説した（図19。フィービ・マクノートン2010，スティーヴン・スキナー 2008などを題材にした）。

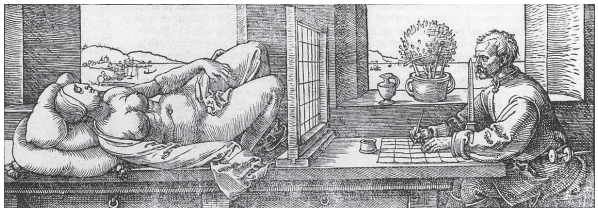


図18：デューラー『測定法教則』（1525）より

レオナルド・ダ・ビンチ「最後の晩餐」(1498)

ラファエロ
「アテナイの学童」(1510)

奥永政信
「駿河町越後屋呉服店大浮絵」

図19：絵画に見る透視図法

遠くのものはなぜ小さく見える（写真では“写る”）のだろうか？その原理を，ピンホール・カメラを使って黒板で説明した（図20）。ピンホール・カメラは，箱に針穴を開けただけの単純な構造で，針穴から入ってきた光がスクリーンに写る仕掛けである。実体と針穴を結ぶ直線が投影線となって画面に像が写るので，投影線は平行ではなく，1点を通る直線になる（中心投影という）。この投影法では，平行投影と違い，針穴と実体の距離が遠いほど，像は小さく投影される理由を説明した。さらにトレーシング・ペーパーをスクリーンにした手製のピンホール・カメラを参加者に回して，逆さに写る景色を実際に観察してもらった（図21）。通常のカメラや人間の目も，基本的にピンホール・カメラと同じ原理で風景を網膜やフィルム（デジカメなら撮像素子）に投影しており，同じ理屈で遠くのものが小さく見えることも補足した。

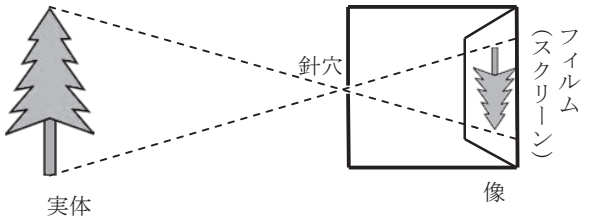


図20：ピンホール・カメラの原理

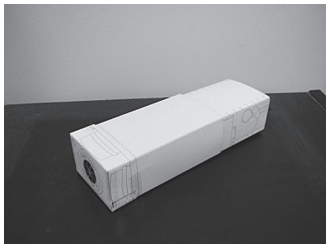


図21：ピンホール・カメラ(左)に写る総合研究棟Ⅰ(右)

(6) 中心投影の描き方

中心投影とは，空間内に画面を配置し，空間内の点Pに対して，視点と点Pを結ぶ半直線が画面と交わる点P_0に対応させる投影法である（図22）。画面は基面（普通は地面）と垂直とし，画面と基面の交線を基準線という。視点から画面に下した垂線の足を視心，画面上で視点の高さの直線を地平線と呼ぶ。この投影法では，空間内の線分PQは，視点とP,Qの3点を頂点とする三角形と画面の交線P_0Q_0に投影されるので，直線は直線に投影されることがわかる。これらの中心投影の仕組みと用語を簡単に説明した。

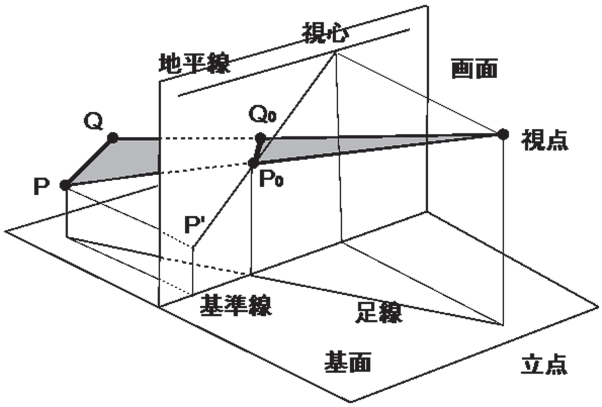


図22：中心投影の模式図

図22を使って中心投影の仕組みと用語，および直線の像が直線になることを簡単に説明した後，次の例題で，第三角法で示した配置から中心投影図を描く方法を説明した（図23）。

方法：直方体の各頂点と視点を結ぶ直線を描き，画面と交わる点を，平面図・側面図でそれぞれ求める。頂点の像は，左右の位置は平面図から，高さは側面図から求められ，それを左下の正面図に描く。2頂点を結ぶ辺の像は，頂点の像を結んだ線分として得られる。

例題3を解答する前に，この状況を理解してもらうために，格子窓による「透視描画器」を，参加者1人ずつ観察してもらった（図24・25）。この用具は，図18に示したデューラーの機器（礒田他2009, 6.1.4節）を参考に，OHPシートに格子を印刷して写真立てに張り，L字金具で固定して作成した。

例題3. 下図(平面図・側面図)のように配置した直方体の中心投影図を左下の画面に作図せよ。

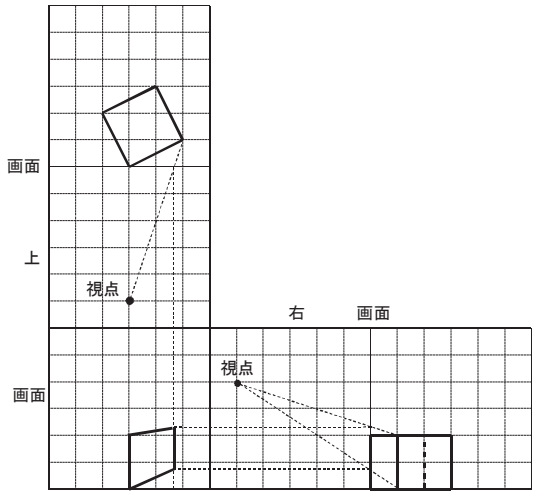


図23：中心投影図の例題（直接法）

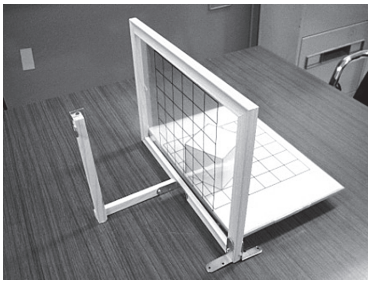


図24：格子窓による透視描画器

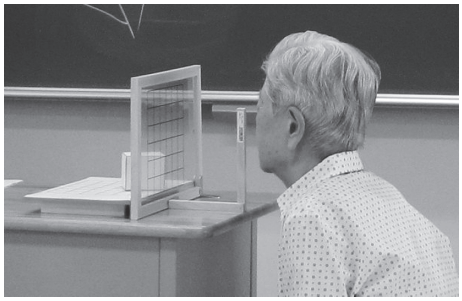


図25：格子窓による観察

この機材で，実際に視点の位置で撮った写真が図24右であり，参加者には実際に目で見て，この写真の通りに見えるのかを確認してもらった。実際に見てみると，どうしても目の位置が動いてしまうので，これを見ながらスケッチを取ることは非常に難しく，写真を撮って観察する方法が最良であった。また写真を撮る場合でも，視点が高いと，カメラを垂直に構えると対象がフレームに入らず，斜めに構えると格子窓が投影面と一致しないため格子窓が下細りに写るので，視点の配置には事前の調整が必要である。

格子窓による観察（図25）の後，例題3を黒板で解説した。そして，例題3で用いた方眼紙を用いて，積み木で作った立体の中心投影図を同様の方法で描く課題を出した。参加者の多くは，1度の説明だけでは描き方が十分理解できていないので，各テーブルのファシリテーターがそれぞれの班の活動を支援した（図26）。

図26：積み木の中心投影図を描く

参加者の理解がある程度深まった頃合いを見て，中心投影のもう一つの重要な性質である「消点」について，パワーポイントのスライドと黒板を使って解説した。

写真（一般に中心投影図）を観察すると，立体の中で平行な直線は，投影図ではある1点に集まっていることに気付く（図27）。より詳しく，次の性質が成り立つことが観察される。

1）画面と垂直な直線は，視心を通る直線に投影される
2）基面と平行な2つの直線が平行のとき，それらは地平線上のある点（消点）で交わる直線に投影される

どうしてこれらの性質が成り立つのかを，図28を使って丁寧に説明した。図28で示されている通り，空間内の直線を無限に延長した先（無限遠点）は，視点を通ってそ

図27：地平線と消点

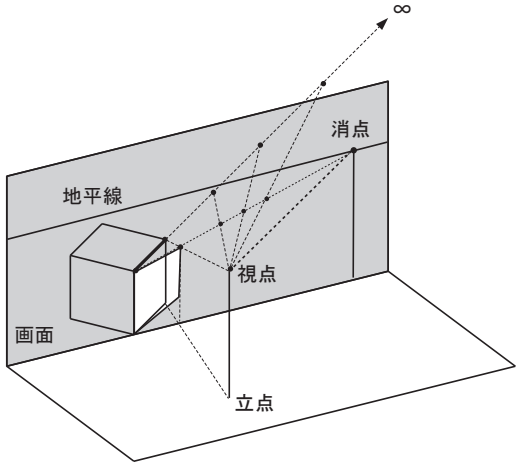


図28：消点の解説図

の直線と平行な直線が画面と交わる点に投影される。この点をその直線の消点（または消失点）と呼ぶ。平行な直線は同じ消点を持つこともわかる。

消点の性質を利用すれば，中心投影図を描く作業がかなり楽になる。すなわち，中心投影図の描き方は例題3で学んだが，実際には幾つかの頂点の像が得られれば，他の頂点の像は消点とこれらの頂点の像を直線で結ぶことで容易に得られるからである。この方法を次の例題4で説明して，再び各自積み木で作った立体の中心投影図を描いてもらった（図29）。先ほどの課題では，中心投影図を描くのにかなり手間取っていた参加者も，消点を利用すれば簡単に投影図が描けることがわかって，楽しそうに課題に取り組んでいた。

例題4. 下図(平面図・立体の高さのみ与えられている)のように配置した直方体の中心投影図を描け(下図は解答図)

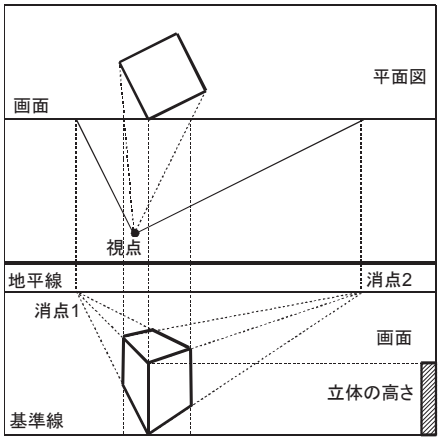


図29：中心投影図の例題（消点法）

方法：視点を通り，直方体の辺に平行な直線が画面と交わる点として消点を求める。画面と接する辺は，そのままの位置で与えられた高さの辺として描かれる。立方体の上面の2つの頂点の像は，直接法によって平面図で求められる。残りの頂点・辺は，画面に接する頂点の像と消点を結ぶ直線を引くことで得られる。

(7) 中心投影図の応用

最後に，中心投影図の応用として，逆遠近法やエッシャーの絵で描かれる不可能立体などの絵画の技法および遠近法に基く錯覚・錯視図形の例をスライドで紹介した（フィービ・マクノートン2010，馬場他2004等を参考にした)。特に「エイムズの部屋」として知られる，立ち位置によって巨人に見えたり小人に見えたりする部屋の原理について，中心投影図がいかに応用されているかを詳しく解説した。参加者の多くは，錯視図形に強い関心を示していた。

4．アンケート結果

今回の公開講座の参加者に対して福井大学地域貢献推進センターが実施したアンケートの結果を以下に示す。なお参加者14名のうち，アンケート回答者は1回目11名，2回目9名である。参加者の年齢構成は，図30に示すように，60代以上が半数を占めている。中高生の参加者は2名であった。

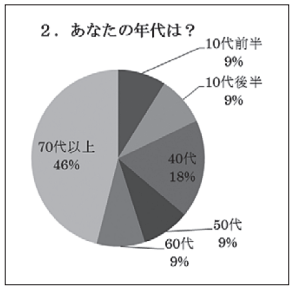


図30：アンケート質問２

この公開講座の内容の難易度を問う質問7の結果を図31に示した。参加者の多くが,「難しかった」または「やや難しかった」と答えている。これまでの「体験ふむふむ数学クラブ」では，小中学生向けの簡単な内容を扱うことが多かったため，難しかったと答える人は少なかった（西村他2011参照）が，今回の講習ではやや難しいと答えた人が多かった。講習内容がいつもよりも高度だったためと思われる。特に2回目は「難しかった」という回答が半数以上に上り，内容が参加者のレベルに合っていたかは少し疑問である。

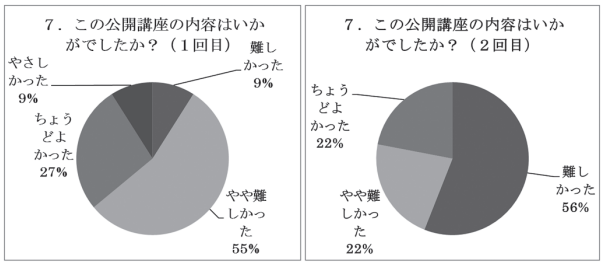


図31：アンケート質問７

次に，公開講座の満足度に関する質問9の結果を図32に示した。結果,1回目･2回目とも「大変満足」が約半数,残り半数も「満足」または「やや満足」と答えており,満足度は大変高かった。特に「難しかった」という感想が多かった2回目であるが，1回目よりも「満足」と答えた人も増しており,難しい内容を扱ったからといって,参加者にとってつまらない講座というわけではないことを示している。本講習は「数学は難しいので面白くない」ではなく「数学は難しい面もあるが面白い」と感じられるような講習を目指しており，その目標は達成できたと考えている。

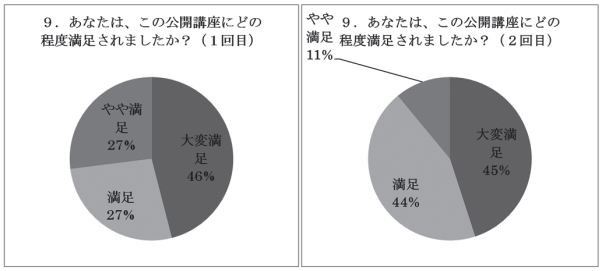


図32：アンケート質問９

自由記述欄

・等角法という知らなかった図法を学べました。どうもありがとうございました。（50代・その他）
・とても難しかったです！が面白かった！！です。ありがとうございました。（70代・主婦）
・意外と難しかったです！とても楽しい時を過ごすことができました。ありがとうございました。（70代･主婦）

自由記述欄を見ると，難しかったけど面白かったという意見が複数あり，図31・32のアンケート結果を裏付けている。

５．まとめ

本講習で扱った立体の投影図は，工業製品の設計図や，建物の見取り図，地図などの他にも，TVゲームや特撮の3D映像，漫画を含む絵画の技法など広く応用されている。このため，学校教育では中学校の技術・家庭において第三角法，斜投影，等角投影を学ぶ他，美術でも透視投影を学ぶ。また社会（地理）や理科でも，地図や凸レンズによる像などで投影について触れる機会があり，高校の工業科では，工業（製図）で詳しく投影について学ぶ。しかし，算数・数学では小学校高学年の算数で直方体の見取り図を学ぶ程度で，投影について学ぶ機会は非常に少ない（今回改定された新学習指導要領では，中学校の数学において正投影図が復活している）。投影法は，高校数学における平面幾何，軌跡と領域，空間図形，空間座標，ベクトル，1次変換，行列などの単元とも密接に関係しており，これらを学ぶ際にも，投影図を例に挙げることで数学が社会で広く役立っていること，および将来必要な知識を学んでいることが意識できるよい教材になると考える。

本講習では，各教科でバラバラに登場する投影法を，数学の立場から総合的にまとめ，体験的活動によって楽しく学習する授業作りを試みた。今回の講習では，数学を専門としない社会人や中高生を対象としているため，あまり高度な内容は扱わなかったが，もともと中心投影の原理から射影幾何学が生まれたことからもわかるように，射影幾何学はもちろん解析幾何学や線形代数学など大学の数学教育においても教材化できる素材であると考える。

引用文献

西村保三，佐分利豊，松本智恵子，大久保裕介，坪川武弘，福田浩之，松田立行，竹澤康弘，稲田俊彦，山下敏明(2011)，体験的な学びを促す数学の公開講座の取り組みーH22体験ふむふむ数学クラブ「変わりゴマを回そう」の実践報告ー，福井大学教育実践研究36号pp.55-59.
岩井實，石川義雄，喜山宜志明，佐久田博司（2006），基礎応用第三角法図学（第2版），森北出版
稲葉武彦，藤原順介（2009），図説図学，オーム社
フィービ・マクノートン，駒田曜 訳（2010），錯視芸術 遠近法と視覚の科学，創元社
スティーヴン・スキナー，松浦俊輔訳（2008），聖なる幾何学，ランダムハウス講談社
馬場雄二，田中康博（2004)，試してナットク！錯視図典，講談社
礒田正美，Maria G. Bartolini Bussi編，田端毅，讃岐勝，礒田正美著（2009），曲線の事典 性質・歴史・作図法，共立出版

Learning of projection which employed experiential activity, the report of "Why does a far thing look small?" Fumufumu H24

Yasuzo NISHIMURA, Yusuke OKUBO, Yutaka SABURI, Takehiro TSUBOKAWA, Hiroyuki FUKUDA, Tatsuyuki MATSUDA, Chieko MATSUMOTO, Toshiaki YAMASHITA

Key words：mathematical education, projection, perspective, solid figure