福井大学リポジトリ
UNIVERSITY OF FUKUI
REPOSITORY

共通科目「数学的活動」における「ペグ・ソリティア」の実践ー新学習指導要領の『数学活用』に向けたパズル・ゲームの教材開発ー

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2011-03-21 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 伊禮, 三之 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10098/3088

福井大学教育実践研究　2010，第35号，pp.57－66

教育実践報告

共通教育科目「数学的活動」における「ペグ・ソリティア」の実践
―新学習指導要領の『数学活用』に向けたパズル・ゲームの教材開発―

福井大学教育地域科学部　伊　禮　三　之

2009年3月に告示された高等学校学習指導要領において，現行の『数学基礎』にかわって新科目『数学活用』が設置された。その内容は，(1)「数学と人間の活動」と (2)「社会生活における数理的な考察」からなり，「遊びの中の数学」が (1) の新規な内容として盛り込まれ，「数理的なゲームやパズルなどを通して，論理的に考えることのよさを認識したり，数学と文化とのかかわりについて理解すること」が目指されている。

本稿では，一人遊びのゲームとして有名な「ペグ・ソリティア」を取り上げ，共通教育科目「数学的活動」において大学生を対象とした授業を通して，その教材化の可能性を探るとともに「論理的に考えることのよさを認識」するのに格好の素材であることを確認し，新科目『数学活用』の一教材として提供することを目的とする。

キーワード：数学的活動，ペグ・ソリティア，数学活用，遊びの中の数学

1．はじめに

2009年3月に告示された高等学校学習指導要領から，現行の『数学基礎』の趣旨を生かし，その内容を発展させた科目として『数学活用』（2単位）が新設されることとなった。この科目は，「数学と人間とのかかわりや数学の社会的有用性についての認識を深めるとともに，事象を数理的に考察する能力を養い，数学を積極的に活用する態度を育てる」ことを目標に次の内容で構成されている（表1）。

表１　「数学活用」の内容

(1) 数学と人間の活動
ア　数や図形と人間の活動
イ　遊びの中の数学
(2) 社会生活における数理的な考察
ア　社会生活と数学
イ　数学的な表現の工夫
ウ　データの分析

(1) のアは，現行の『数学基礎』の「数学と人間活動」に，(2) のア，ウが『数学基礎』の「社会生活における数理的な考察」と「身近な統計」を合わせたものにほぼ相当する。

(1) のイと (2) のイが今回新設されたもので，それぞれ，数理的なゲームやパズルなどを取り扱ったり，図･表・行列及び離散グラフを用いて事象を数学的に表現して考察するような内容となっている。

本稿では，この『数学活用』に向けた教材開発の事例を紹介する。今回は，(1) の「イ　遊びの中の数学」の内容に相当する「ペグ・ソリティア」というゲームを取り上げ，共通教育科目「数学的活動」において大学生を対象とした実験授業を通して，その授業構成の大枠を提案する。「ペグ・ソリティア」は，まさに「数学的な見方や考え方，数学的な表現や処理，数学的活動や思索することの楽しさなどに焦点を当て，具体的な事象の考察を通して数学のよさを認識できる」内容だからである。

2．ペグ・ソリティアについて

「ペグ・ソリティア」は，一人遊びのゲームの中で最高のものと推奨されている（図1）。

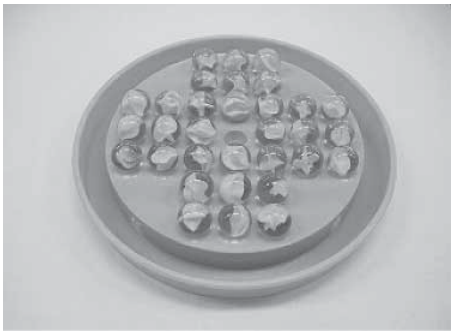


図１　ペグ・ソリティア（十字盤）

ペグ（*peg*）はピン，ソリティア（*solitaire*）は一人遊びの意味で，日本語に訳せば，ピンを使った一人ゲームとなる（以下，ソリティアと略称）。ソリティアで遊ぶ際は，ペグ以外にそれを置く盤が必要となるが，代表的なものが十字盤である。

ゲームのルールは，2個のペグが並んでいて，その隣が空いているとき（図2①），アのペグをイのペグを跳び越えて空いた穴へ移動し（図2②），跳び越されたイ

のペグを盤上から取り除く（図2③）というものである。

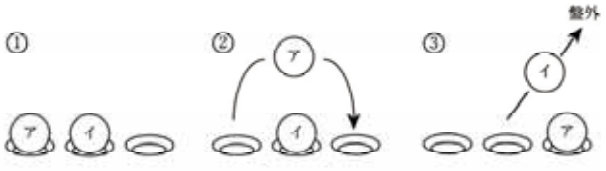


図2　ソリティアのルール

ゲームの進め方は，最初にどこか1ヶ所のペグを取り除き，上のルールで，斜めを除いた縦横の方向へジャンプしながら次々とペグを取り除いていって，図2①のような配置がなくなれば，ペグはいっさい動かせなくなって，ゲームは終了となる。このとき，盤上に残されたペグをできるだけ少なくすることが目標で，最後に1個になればベストの解となる。最初に取り除く1個はどこでもかまわないが，十字盤ソリティアでは，まん中の1個を除いてスタートするのが一般的で，さらに最後の1個が，最初に取り去った位置にもどるようにするのが完璧な解とされている。

ソリティアは，非常に単純なルールのゲームだが，十字盤ソリティアで遊んでみればわかるように，かなり高度な戦術が必要で，なかなか1個にすることは難しい。

なお，実際の授業ではペグを碁石等に代えて行った。

2．講義の概要（第１時）―ペグ・ソリティアの数理

最初の講義では，いきなり十字盤のソリティアを取り上げるのではなく，比較的やさしい4×4の正方形盤を取り上げ，そのルールや記録の仕方などに慣れるとともに，ソリティアに関する数理をいくつか取り上げる。

(1) 正方形盤ソリティアに挑戦

講義の冒頭で，ソリティアのルールを説明したあとの最初の問題である。

> 【質問1】　4×4の正方形盤のソリティアを解いて下さい。また，最初の空所をどこにすればよいのかも考えて下さい。

手順の記録のため番号が書かれた3色の市松模様に塗り分けられた4×4の正方形盤（図3）と16個の碁石を配布し，ソリティアに挑戦してもらう。その際，1個にすることができた最初の空所の番号に○印を記録するよう指示した。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

①　1を空所
②　3→1
③　10→2
⋮

図3　番号の振り分けと手順の記録の方法

なお，解の手順の記録は，スタートの空所の位置と，例えば，10の位置の碁石を2に移動した場合，10→2などと記録すればよい。もちろん，解は1通りではない。

しばらくゲームに取り組んでいると，学生たちから，2番，3番，…などと1個にすることが可能な最初の空所の番号が挙げられていった（図4）。それとともに，それ以外の場所は1個にすることができないらしいという空気になっていった。

1	②	③	4
⑤	6	7	⑧
⑨	10	11	⑫
13	⑭	⑮	16

図4　ベストな解に至る最初の空所

(2) ソリティアの数理（３色理論）

正方形盤でのソリティアでも，碁石を1個にするのはなかなか容易でなく，2個，3個にするのが精一杯という場合が多い。実は，最初の空所をどこにするかによって，1個にできる場合が決まってしまう。学生たちは，それが図4の番号であるとの予想を立てたわけだが，その証明には，3色の市松模様を利用した3色理論と呼ばれる方法が使われる（図5）。

Y	B	R	Y
R	Y	B	R
B	R	Y	B
Y	B	R	Y

Y＝黄色
B＝青色
R＝赤色

図5　正方形盤の３色の塗り分け

ソリティアの盤を図5のように色分けると，黄色（Y）→6ヶ所，青色（B）→5ヶ所，赤色（R）→5ヶ所となる。これを（6, 5, 5）と書くことにする。

ゲームの進行とともに残っている碁石の個数を盤の色ごとに観察してみる。例えば，黄色を最初の空所にすると，スタートは（5, 5, 5）となる。あるゲームの進行を観察してもらい，気づいたことを発表してもらうと…。

（5，5，5）→（6，4，4）→（5，3，5）→（4，4，4）
→（5，3，3）→（6，2，2）→（5，1，3）→……

黄色 …　5→6→5→4→5→6→5→……
青色 …　5→4→3→4→3→2→1→……
赤色 …　5→4→5→4→3→2→3→……

図6　あるゲームの進行と色ごとの個数の変化

「1手ごとに，1色増えて2色減る」「1手ごとに全体として1個減る」「3色とも，奇数→偶数→奇数→偶数→…となっている」などの意見が出た。これらをまとめると，ある碁石が隣の碁石を跳び越して，隣の碁石が取り除かれるので，2つの色は碁石が1つ減り，残った1つの色は碁石が1つ増えることになる。したがって，次のような定理が得られることになる。

> 定理．1手ごとに，碁石の偶奇は3色とも同時に変わる。

上の定理から，黄色（Y）の碁石を取ってゲームを始めると，(5, 5, 5)からスタートすることになり，(5, 5, 5)→（6, 4, 4）→…→（0, 2, 0）のように，どの局面においても3つの数字はすべて，偶数か奇数となる。したがって，ソリティアの目標状態である

（1, 0, 0）または（0, 1, 0）または（0, 0, 1）

とすることはできないことになる。

つまり，黄色（Y）の×印を空所にしてゲームを始めると，1個にすることはできないということになる（図7左）。さらに，左右対称の色分けも可能なので，不可能な初期配置は図7右の×印のようになる。

×	B	R	×
R	×	B	R
B	R	×	B
×	B	R	×

→

×			×
	×	×	
	×	×	
×			×

図7　不可能な初期配置

今度は，赤色（R）の碁石の位置を空所にしてゲームを始めてみる。すると，（6, 5, 4）からスタートすることになり，（6, 5, 4）→（5, 4, 5）→（○,○,○）→…のように，どの局面においても3つの数字の内訳は，偶数2奇数1か偶数1奇数2となる。したがって，うまく跳べば，（0, 1, 0）が可能となる。この場合は，最後の1個の場所は青色（B）になる。

青色（B）の碁石を取って始めても同様で，最後は赤色（R）の場所に残る。

	○	○	
○			○
○			○
	○	○	

図8　可能な初期配置

以上の議論から，最後に碁石を1個にするためには，次の盤の○印のうちの1ヶ所を空所にしてスタートすればよいことになる（図8）。

さて，この定理によって初期配置を特定することはできたが，それ以上のことは出てこない。次は，必勝法に相当するようなうまい手を見つけることが課題となる。

(3) ソリティアの有用な定石（定理）

4×4の正方形盤の場合は，試行錯誤でもうまく解決する場合もある。初期配置を知るだけでもその可能性はぐんと増す。しかし，十字盤ともなると試行錯誤ではまず無理といってよい。すると，「部分的な一連のうまい手」を見つけることが必要となってくる。問題解決の方略（ストラテジー）の一つに，問題の解決過程をスモールステップ化して考えやすくするための「問題の細分化」（困難を分割せよ！）がある。これには，さらに2つの方向があり，(1) 場合分け，と (2) 補題あるいは補助問題への細分化，に分けられる。ソリティアの場合は，この後者の方略が有効である。

このような説明の後，碁石の最小個数から検討を加えていった。2個の場合は，隣接する場合以外は1個にすることは不可能で，隣接する2個ならルールそのものである。3個の場合の可能な配置もすぐにわかるので，簡単に説明して，4個以上の配置から検討していった。

最初は，下図のように4個の碁石が配置されている場合を考えてみる。

①4→5
②3→1
③5→4

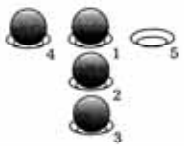


図9　3個掃除

このとき，①4→5，②3→1，③5→4の3手によって縦の3個の碁石をそっくり取り除くことができる。これを「3個掃徐」と呼ぼう（図9）。

3個掃除の，盤上に残った最後の1個の碁石は，結果的にはもとの位置のままで変わらない。4の碁石と5の穴は，縦の3個を取り除くための補助的な役割を担っているだけにすぎない。いわば，化学反応の触媒と同じ働きをしているわけである。そこで，これらをキャタライザー（*catalyzer*）といい，碁石と穴を区別するときには，それぞれピン・キャタライザー，ホール・キャタライザー（以下，それぞれ●，◎と表示する）と呼ぼう。これをまとめると，次の定石1が得られる。

> 定理．**（定石１―３個掃徐）**
>
> 
>

4個の場合は，これ以外にも可能な配置がある。例えば，正方形状に並べられた4個は，2個の場合の連鎖と

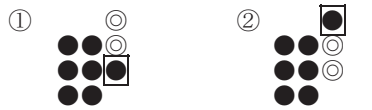
考えればよいので可能だし，直線上に並んだ4個で，その間に2つのホールがある配置は，3個と2個の連鎖と考えればよい。

こうして次々と検討をくわえていくと，「3個掃徐」についで有用な,「6個掃徐」にいたる。「6個掃除」には，2つのタイプがあり，ホール・キャタライザーが1つと，2つの場合である。

定理.（定石２―６個掃徐Ⅰ）



定理.（定石３―６個掃徐Ⅱ）



定石2①の場合は，次の手順をふめばよい。

①１→７　④１→７
②８→４　⑤６→４
③３→１　⑥４→８



図10　６個掃除（定石２①）の手順

なお，2つのタイプの「6個掃除」は慣れてくると，ほとんど区別なく用いることができる（残りの手順は省略し，図だけを示す)。

続いて，次の「L字掃徐」である。

定理.（定石４―Ｌ字掃徐）



L字掃除の手順は次の通りである。

①２→４　④８→６
②６→３　⑤６→３
③１→５　⑥２→４

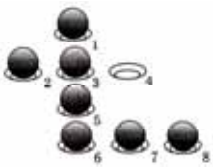


図11　Ｌ字掃除の手順

定理.（定石５―２個掃徐）



定石に加えるほどのこともないが，3個の場合の可能な配置も念のためあげておいた（定石5)。時々有用な手として現れるからである。

これらの定石を，補助定理としてうまく組み合わせて使うと，早く解を見つけることが可能となる。

この講義の最後に，４×4の正方形盤を例に，定石を組み合わせて適用した解を紹介した。×の空所をスタートにして,下図左のように3つの部分に分け,①定石4（L字掃除）→②定石2（6個掃除）→③定石5（2個掃除),とすればよい（図12，右は別解)。

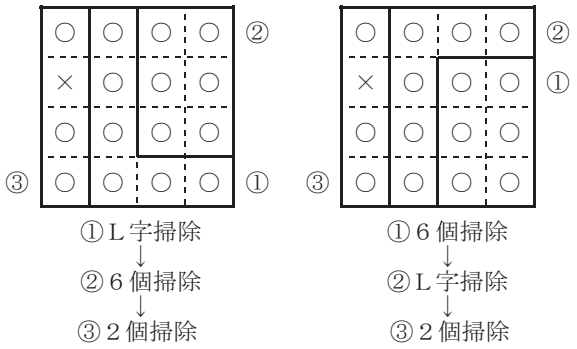


図12　４×４の正方形盤の定石の組合せ

この時間の学生たちの感想をいくつかあげておこう。

「根性で16番空きでもできるんじゃないかと思っていたが，数学的にきちんと“できない”と証明されているものはムリなんだなぁと思った。数学による証明は強いものがあると思った。」,「最初ずっと対角線の場所を空けてやっていて，まったくできなかったので，別の場所に変えてできたときは，かなりすっきりして気持ちよかった。ある程度のパターンがあり，それらを用いればうまく1つだけ残すことができる！」,「最初16を空けて何度も何度も挑戦していて，黄色を空けてやるのは無駄だと聞いたときは，すごく落ち込んだ。15を空けてやってみると案外はやくできてびっくりした。全体を見てL字や6個掃除を見つけるのは難しい。でもこれをはやく攻略したいなと思った。必勝法は，図全体を見て6個掃除やL字掃除や2個掃除を見つけること!!」。

３．講義の概要（第２時）―十字盤によるソリティア

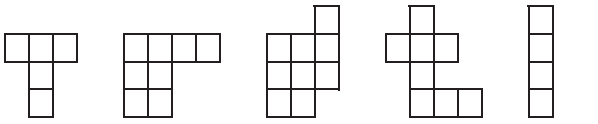
第2時は，前時に学習した定石を組み合わせて，一般的な十字盤によるソリティアの攻略に取りかかる。

(1) 定石練習盤による定石の練習

ソリティアを攻略する際，各定石のホール・キャタライザーも含めた「かたち」がまとまりとして地から浮かび上がって見えることが重要である。これまで,ソリティアの実践の試みは何度かあるが，定石の説明をしただけでは，生徒（学生）たちはなかなか十分に使いこなせるようにはならなかった。

そのため，実践的な工夫として，今回は，定石練習盤

を準備し，前回の復習もかねながら，各定石がひとつのまとまりとして見えるような練習を講義の冒頭で行った。各定石に必要な碁石を配置し，移動はすべて枠内で行うよう練習するのである（図13)。なお，この定石練習盤シートのアイディアは,佐々木貴康（2010）による。



３個掃除（定石１）　６個掃除Ⅰ（定石２）　６個掃除Ⅱ（定石３）　Ｌ字掃除（定石４）　２個掃除（定石５）

図13　定石練習盤のシート

(2)　スタートの空所は？

まず，ゲームを始める前に，3色理論を用いて，スタートの空所がどこなのかを確認しておいた。

【質問2】3色理論を適用して，十字盤のソリティアは，どこを空所にスタートすればよいかを調べて下さい。

十字盤を，下図のように，黄（Y)，青（B)，赤（R）の3色に色分ける。

		Y	B	R		
		R	Y	B		
R	Y	B	R	Y	B	R
B	R	Y	B	R	Y	B
Y	B	R	Y	B	R	Y
		B	R	Y		
		Y	B	R		

Y＝黄色
B＝青色
R＝赤色

図14　十字盤の３色配置

すると，黄色（Y)，青色（B)，赤色（R）とも11箇所となって3色とも同数である。3色のいずれかを空所にしてスタートすると，初期配置は，(10，11，11)，(11，10，11)，(11，11，10）のいずれかになり，3色の上にある碁石の個数は1手ごとに偶奇が反転するので，いずれの場合にも，うまく跳べば（1, 0, 0)，(0, 1, 0)，(0, 0, 1）となる可能性があることがわかる。

つまり，十字盤の場合，最後に碁石を1個にするためには,どこを空所にしてスタートしてもよいことになる。

また，スタートの空所は，上下及び左右対称なものを除けば，本質的には次の7通りとなる（図15)。

なお，市販されている十字盤のソリティアでは，中心（⑰）を空所にしてスタートするよう指示されている。

		1	2	3		
		4	5	6		
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	⑰	18	19	20
21	22	23	㉔	㉕	26	27
		28	㉙	㉚		
		31	㉜	㉝		

図15　スタートのすべての空所の位置

また，最後の1個は，どこの場所にあってもよいが，空所にした中心に戻す解がもっともエレガントなものとされている（セントラル・ソリティアと呼ばれる)。

講義では，他のスタートの空所の場合も，最後の1個をスタートの空所に戻す解を考えていくことにした。

(3) 十字盤のソリティアの攻略

十字盤のソリティアは，スタートの空所が7つの場合を攻略すれば，すべて解けたことになる。講義では，セントラル・ソリティアに挑戦してもらう前に，比較的定石のパターンが現れやすい初期配置を取り上げた。

【質問3】25を空所にし，最後の玉が25に戻るように十字盤のソリティアを解いて下さい。

1～ 33の番号を割り振った十字盤のワークシート（図15）を配布すると，満を持したようにゲームに取り組みはじめた。やみくもに取り組むものや定石練習盤のシートと照らし合わせながら慎重に進めるものなど，各自のペースでゲームを進めている様子である。机間巡視をしながら，学生たちの質問に対応したり，困っている学生にアドバイスをしたりしていると,「できた～」などという声があがりはじめた。

早めに解けた学生には，引き続き，セントラル・ソリティアに取り組むよう指示した。

【質問4】17を空所にして，最後の玉が17に戻るよう十字盤のソリティアを解いて下さい。

スタートの空所を中央にする一般的な十字盤ソリティアにチャレンジするのだが，これは，かなり難しい。㉕を空所にスタートした場合の定石は，L字掃除を使う必要がないので比較的攻略しやすい。セントラル・ソリティアの場合は，どうしてもL字掃除を必要とする。机間巡視をしながら学生たちの様子をみていると,やはり,ノーヒントで攻略できた学生は1人もでてこない。そこで，攻略のためにL字掃除を途中で1回使うとよいということをヒントとして告げた。

さて，頃合いを見計らって，㉕を空所とする解につい

て，十字盤の各定石への分割と，その適用順序を説明し，まだ攻略できずにいた学生には，この手順を確認するよう促し，これを参考にセントラル・ソリティアに挑戦するよう指示した（図16）。

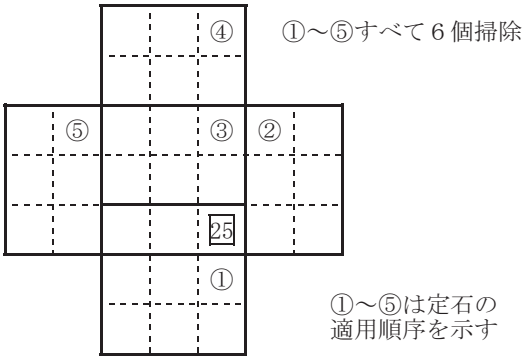


図16　25を空所にした解（定石の手順）

講義室は，碁石を移動する音しか響いてこないぐらい，学生たちはソリティアの攻略に余念がない。ヒントのあと，セントラル・ソリティアを攻略できた学生が現れはじめ，達成した感動の声も聞こえてきた。多くの学生は，攻略できずに時間がきてしまったが，講義の最後に，この解の一つを示しておいた（図17）。

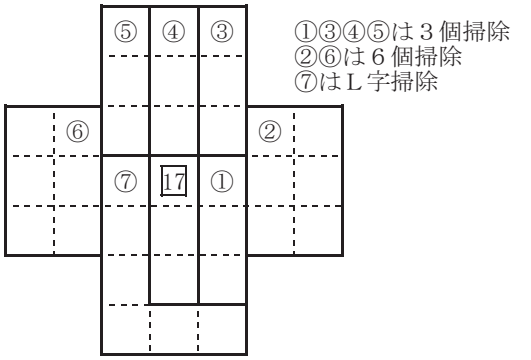


図17　17を空所にした解（定石の手順）

なお，秋山・中村（1998）には，「これが標準の配置である。かなりの難問で，定石を適用するまでの手順が難しい」とある。上記の解は，定石適用への準備の手がなく，すべて定石を適用した解である。L字掃除を途中に1回入れることにやや難はあるものの，それほど難しいものでもない。

残りの24，33，29，30，32についてはレポート課題とすることを告げた（資料参照）。

この時間の，学生たちの感想をいくつかあげておこう。まず，講義の冒頭わずかな時間での定石練習盤による練習では，定石のかたちをひとつの「かたまり」と見るには不十分なものでしかなかったが，後半，ソリティアの攻略の場面で，このシートを利用する学生が多かったことは，定石の「かたち」を意識しながらゲームに取り組んだことにはまちがいない。次のように述べている学生たちが存在するからである。

「石を取り除いていくときに定石を利用していくとうまくいくようだったが，なかなか使いこなすことができなかった。家でソリティアの課題を考えて，遊んでいるうちに定石の形が自然に見えるようになってきた。これは数学の問題演習をしているうちに自然と公式が使えるようになっていくことと同じだなと考えた。」，「定石を知らないうちはほとんど解くことができず，なんとかして解いてみたいと必死に取り組んだ。しかし，うまくいかず挫折することもしばしばあったが，定石を学んでからは格段にスピードが上がり，間違いも少なくなった。定石練習盤で練習した甲斐があってか，石をどのように移動させればよいのか，また残った石の形から次にどんな手を打つか考えられるようになった。」

十字盤の分割，つまり，各定石の形が一つのまとまりとして浮かび上がるかがソリティア攻略のカギだと，はっきり感じている学生もいた。「いかに十字盤をうまく分割できるか。パターンが見えるかがカギだと思うのだが，まだまだ形が見えてこない。もう少し思考実験して形（パターン）が見えてこないとと思う。」

こうした見方ができるようになると，達成感もひとしおだろう。「すごく難しかったんですけど，解けたときはすごくきもちよかったです。」，「ペグ・ソリティアはむやみやたらにやっていくと，とうていできないように思えるが，3個掃除，6個掃除などを知っていて，それを用いていけばカンタンかつスムーズにとけた。」，「正方形でも難しかったのに，33もあると混乱してしまいそうだが，定石をしっかり頭に入れて，“3”や“6”や“L”をイメージしていけば正解にたどりつくことがわかった。」

セントラル・ソリティアについては，多くの学生は，解けずに時間がきてしまったのだが，「最初何から手をつければいいかわからなかったけど，なれてくるとだんだんわかるようになってきた。自分で17の解を見つけたときはすごく感動した。」，「元の場所に戻すのは難しかったけど，先生が解を教えてくれる前にセントラル・ソリティアが解けてうれしかった。」と時間内に解けて喜びや達成感を記す学生もいた。

ただ，そうした感想の反面，「かなり難しかった。レポートができるかどうか心配だ」と，2割近くの学生がかなりの困難感を記していたことも事実である。

4．十字盤ソリティアの解のタイプの分析

ここで，十字盤ソリティアの空所の初期配置による解の難易度を簡単に検討しておこう。実際の授業でソリティアを取り上げる際は，その難易度を考慮して指導順序を決めるとよいだろう。今回の実践でも，この分析をもとにしている。

解のタイプを分析すると，次のようになる。

(1) すぐに定石が適用できるタイプ

→ 17, 24, 25, 33

(2) 定石の適用に1手以上準備を要するタイプ

→ 29, 30, 32

また，L字掃除を含む場合はやや難しくなる。これを踏まえると，(1)(2)とL字掃除の有無を勘案して，取り上げる順序は，次の通りとなろう。

(3) 25→24→33→17

(4) 30→29→32

なお，30は定石の適用に1手，29は3手必要とする。32はもっとも難易度が高い。何手準備しても，定石だけの組み合わせだけでは，最後の1個がスタートの空所に戻ることはないからである。つまり，途中にも定石以外の手を工夫する必要があるのである。ただし，1個にするだけなら，定石適用のための準備の1手以降，残りの手順はすべて定石を適用することで可能である（資料(5)解2を参照)。

実際の講義では，25，17の2つを取り上げ，残りを課題とした。課題の順序も，上記のことを配慮して，定石の適用に準備を要するものについては，ヒントを添えて24，33，30，29，32として提示した（資料参照)。

5．新科目『数学活用』に向けて

高等学校学習指導要領の解説の『数学活用』における「内容と内容の取り扱い」で，「イ　遊びの中の数学」について，次のように記されている。

> 人間を「遊ぶ人」を意味するホモ・ルーデンスという言葉で規定することがあるように，遊びは人間の活動の本質的なものであり，文化を生み出す源である。数学と遊びにも深い関係があり，ここでは遊びの中に数学が顕在する例として，論理的な思考を必要とする数理的なゲームやパズルなどを取り上げ，戦法などを考えさせることを通して論理的に考えることのよさを認識させるとともに，数学と文化とのかかわりを理解させる。

本稿では，一人遊びのゲームとして有名な「ペグ・ソリティア」を取り上げ，特に十字盤の解の分析を行ってその指導順序を検討し，高校数学の新科目『数学活用』の一教材として提供することを目指し，その教材化の可能性を探るため，共通教育科目「数学的活動」において大学生を対象として実施した授業の様子を紹介してきた。「最初は大変だと思っていたけど，やり始めて自分の力で解けたときとても気分がよくなり，やめられなくなりました」という主旨の感想を記す学生も多く，「部分的な一連のうまい手」を定石化することによって，その組み合わせを考えていくことで，次々に解けていく爽快感の表明は，ソリティアが，「論理的に考えることのよさを認識」するのに格好の素材であることを示しているものと考える。少々長くなるが，次に紹介する学生の感想にも，それは端的に表出されており，ホモ・ルーデンスとしての人間の活動の本源的な性質も垣間見える。そういった意味では，新学習指導要領で数理的なゲームやパズルなど「遊びの中の数学」が明示されたことは，大きな意義をもっているものと考えている。これまで，数学の授業へのゲームやパズルの導入については，「数学の授業がゲームになった」と揶揄されたり，単なる生徒に対するリップサービス程度に捉えられていたからである。

「今まで，大学の授業でいろんなレポートをやってきましたが，この「数学的活動」のペグ・ソリティアのレポート課題は群を抜いて頭を使うものだったと思います。そしてその分大変でした。でも，実際に小学校の時のおはじきを引っ張り出してきて，紙の上でうんうんうなり，動かしながら，他の授業のものとは少し違うレポートを楽しんでもいました。テスト勉強が嫌になったら，ソリティアをしようかな，といった感じで，本当にゲーム感覚で楽しむことができました。

ペグ・ソリティアは実は初めて見るものでしたが，いざやってみると楽しい…というより先に難しい!!　が先にきて，授業中かなり苦戦していました。授業中1度も自力で最後まで解けたことがないこのゲームを全パターン攻略してこい，というレポート課題が出たときは，「絶対に無理だ!!」と思って絶望した覚えがあります。

いざ，家で懐かしのおはじきを使いながらやり始めたとき，本当に定石の適用の仕方からよく分からなくて，思った通り大苦戦しました。とりあえずやってみる，動かしてみる，という気持ちで何回かやって，最初に見つけたこつがありました。上手な人には当たり前，無意識にやっていますレベルなのかもしれませんが，とりあえず十字の隅6個は6個掃除の定石で消すべし！　ということでした。とりあえず，中央の9マスをなんとか3個掃除などを使ってちょっとずつ消して，6個掃除のための準備をして，消していきました。そして，6個掃除と3個掃除だけで解けた「24」空きのパターンと「33」空きのパターンはなんとか解くことができました。あら，思った以上にできる!!　という自信をつけて臨んだ残り3つですが，どうやっても解けない!!　ということで…あまり使いたくなかったL字掃除を決行しました。固い私の頭の中では，ソリティア盤の中のおはじきはどうしても3個と6個のまとまりにしか見えなかったので，そのイメージが壊れて行くような感じがしたからです。

でも，いざ，L字掃除をしてもう1度盤上を見直すと，どんどん6個掃除や3個掃除で消していけたので，もうL字掃除に気づいてからは，すいすい解けました。この辺でもう1つ気付いたのは，十字の隅に3つ並んでおはじきが残ってしまった場合は，必ずL字定石を適用する場所だということです。隅だと，6個掃除はもちろん，3個掃除の定石は適用できません。そのペースで，もう1問さっと解いて，十分に自信をつけたところで，ソリティア1番の難題，「32」空きパターンに挑戦しました。こ

こまでやれたんだから，32に戻すことに挑戦しようかな!!　という気持ちで始めたこのパターン。動かしながら，動かしながら熟考すること2時間…。解けませんでした。いろいろ定石以外の工夫も試みてみましたが，どうしても32に戻らず，最後の1手で32に戻すためには，どう置いてあれば良いか，など本当に固い頭をなんとか柔らかくして考えに考えましたが，無理でした。レポートは17に戻っています。ものすごく悔しい結果です。ここまでちゃんとやれたんだから最後までエレガントに解きたかったです。もちろん先生も難しいと何度もおっしゃっていましたし，レジュメにも難しいということが書いてありましたけど，授業中に比べての上達ぶりを身をもって感じていたので，やっぱりパーフェクトで終わりたかったです。

いろいろ書きましたが，本当に楽しくやれました。ソリティアをやっているときの私は，突然「やった!!」とか「あぁ〜，違う…」とか1人で言いだすので，かなり怪しかったと思われます。でもそれくらい没頭して楽しんでやれたということなんです。せっかくおはじきを出してきたので，32の解答には挑戦し続けたいです。」（教育地域科学部地域科学課程1年生。なお，文章の一部を，主旨はそのままで短縮調整した）。

実は，これまで書いてきた大きな流れで，高校生に1度授業を行った経験がある。「数学的活動」での授業の経験を重ね合わせると，『数学活用』で取り上げる際には，細部はもう少し検討するにしても，大まかな構成の変更は必要ないだろうと考えている。それを踏まえると，授業の構成は，次のようなになるだろう。

第1時　ペグ・ソリティアとは〜4×4の正方形盤で遊ぼう（空所探し）
第2時　ペグ・ソリティアの3色理論（3色理論）
第3時　ペグ・ソリティアの数理〜セントラル・ソリティに挑戦（有用な定石）
第4時　セントラル・ソリティアの解を見つけよう（3色論，定石，まとまりの見方）

6．今後の課題

ソリティアの解の探求の授業を通して，定石の形をひとつの「まとまり」として見るような「戦法などを考えさせることを通して論理的に考えることのよさを認識させる」こと，ひいてはそれが，数学の有用性への実感にもつながっていくものと期待される。そのためには，解の探求を促すような具体的な学びの文脈をどうつくるかが，『数学活用』での課題になるものと思う。今回の実践では，大学生のレポートとして，十字盤ソリティアの空所の初期配置によるすべての解の探索を課することによって，否が応でも，定石に向かわざるをえない状況をつくり出したが，そうした文脈の設定が，高校生の場合にもうまく機能するとは限らないだろう。

また，『数学活用』における「イ　遊びの中の数学」についての解説は，次のように続いているが，「ペグ・ソリティア」を『数学活用』で取り上げる際は，このことにも十分留意する必要があろう。

> 指導に当たっては，自分の見いだした方法や考えについて，その根拠が的確に伝わるよう，わかりやすく表現させるようにすることが大切である。

こうした課題に応えるための一つの方策として，セントラル・ソリティア以外の解を調べるような，一種の十字盤ソリティアの問題拡張による探求活動をグループで行ったり，その解の探索の過程を発表資料（ポスターなど）にまとめることで自分の考えを表現し，ポスターセッションによる発表会を設定することで相互に伝え合ったりする活動も考えられる。また，自分もしくはグループでの探求の成果を論文にまとめたり，その論文を相互に査読しあう活動なども考えられるだろう。

いずれにしてもこうした取り組みは，今後の課題としたい。

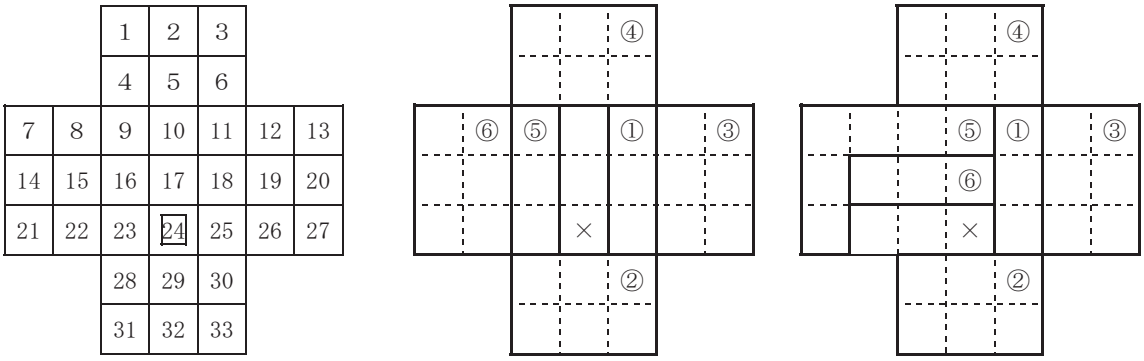
なお，本研究は，科学研究費補助金基盤研究（C）課題番号22530959「新学習指導要領の『数学活用』に向けたカリキュラム開発」の一環として取り組まれたものである。

引用・参考文献

秋山仁・中村義作（1998）『ゲームにひそむ数理―ゲームでみがこう!!数学的センス』森北出版，pp.1-18
伊禮三之（2005）「ペグ・ソリティアで遊ぼう―一人遊びの数理」『数学教室』№648，国土社，pp.64-69
木村良夫（1997）『数学パズルで遊ぼう』日本評論社，pp.141-151
佐々木貴康（2010）「数学的リテラシーを形成する数学的活動の教材開発―一人遊びゲーム「ペグ・ソリティア」によるRLAを通して―」福井大学大学院教育学研究科修士論文
E·R·バーレキャンプ／J·H·コンウェイ／R·K·ガイ（1992）『[数学] じかけのパズル＆ゲーム』HBJ出版局，pp.3-10
文部科学省（2009）『高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編』実教出版，pp.59-65

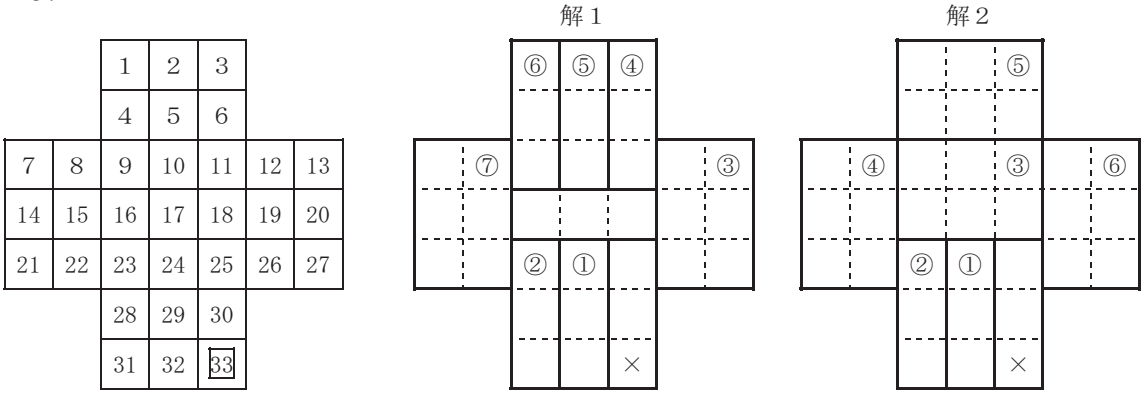
資料　十字盤ソリティアの解

(1) 24の場合



(2) 33の場合

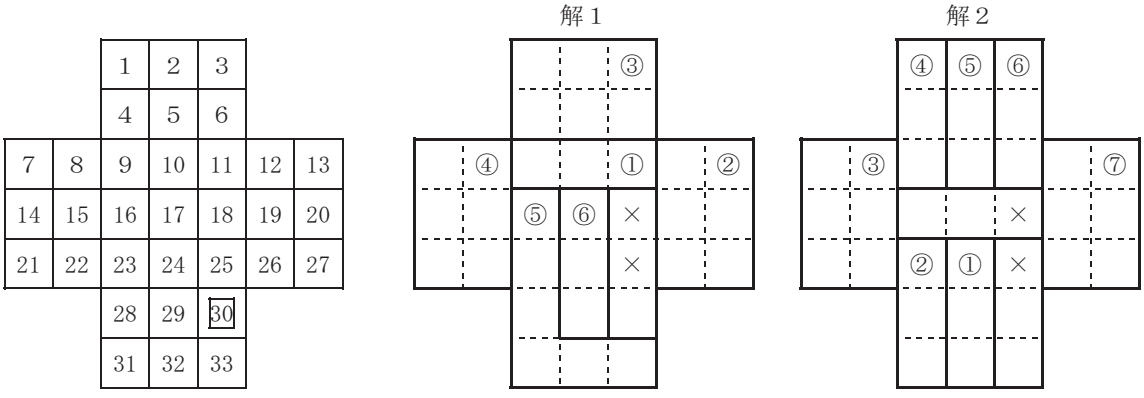
秋山・中村（1998）には，「ここでも定石を適用するための準備が必要」とあるが，下記の解は，定石適用への準備を必要としない。



(3) 30の場合

すぐには定石が適用できず，準備を要するタイプである。18→30と1手を必要とする。

秋山・中村（1998）では，準備に3手を要し，終了直前でも定石以外の手を用いている。

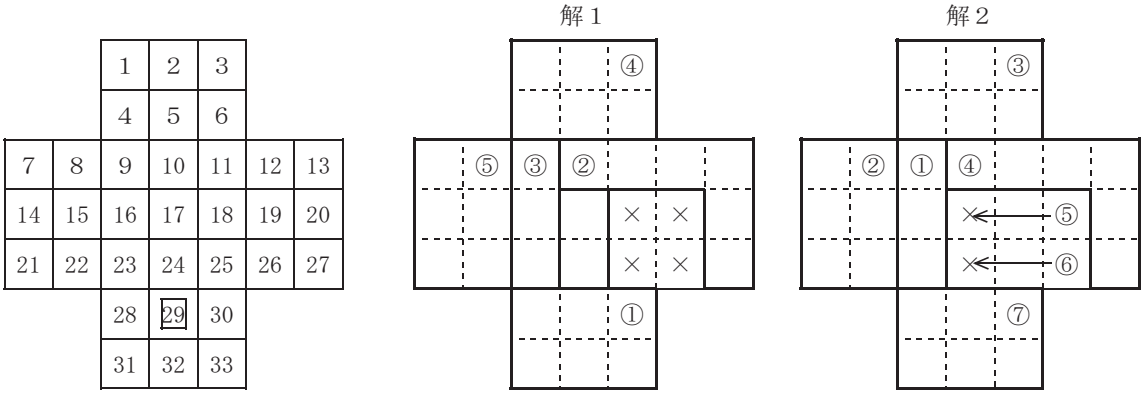


(4) 29の場合

これも，定石の適用に準備を要する。まず，17→29，19→17，26→24の3手を準備の手として，第4手以降に定石を適用していけばよい。

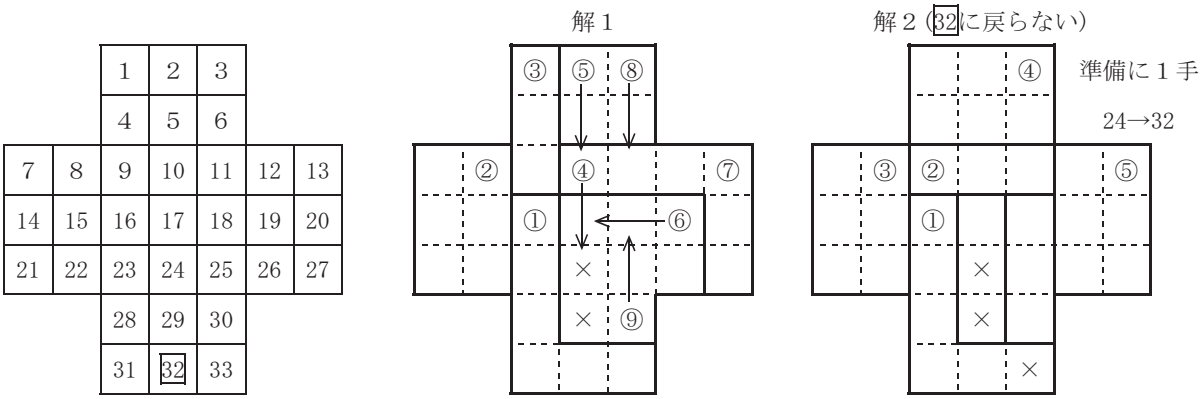
解2は，まず，17→29の1手を準備し，その後①～④に定石を適用し，⑤19→17，⑥26→24の定石以外の2手を途中に挟み込む解である。

いずれの解もやや難しいが，最後の1個が29に戻る必要がなければ，17→29の1手の準備だけで簡単に解ける。



(5)　32の場合

まず，24→32の1手を準備する。①L字掃除，②6個掃除，③3個掃除と定石を続けた後，④10→24，⑤2→10，⑥19→17と，定石以外の3手を途中に挟み，⑦L字掃除を行う。④⑤⑥の手は，⑦のL字掃除の準備の手といってよい。続いて，⑧3→11，⑨30→18，⑩11→25（⑨～⑩は2個掃除），⑪17→29，⑫26→24，⑬24→32として完了である。⑩の手を終了した時点で盤上の形を見ると，3個掃除を実行したくなるが，それだと最後の1個は32に戻らない。「かなりの難問である」（秋山・中村）ことは間違いない。解1の具体的手順を下に示しておく。



（0）　32を空所
（1）　24 → 32
（2）　22 → 24
（3）　31 → 23　L字掃除
（4）　16 → 28
（5）　33 → 31
（6）　31 → 23
（7）　24 → 22

（8）　4 → 16
（9）　7 → 9　6個掃除
（10）　16 → 4
（11）　22 → 8
（12）　21 → 7
（13）　7 → 9
（14）　10 → 8
（15）　1 → 9　3個掃除
（16）　8 → 10

（17）　10 → 24
（18）　2 → 10
（19）　19 → 17
（20）　6 → 18
（21）　13 → 11
（22）　10 → 12　L字掃除
（23）　27 → 13
（24）　13 → 11
（25）　18 → 6

（26）　3 → 11
（27）　30 → 18
（28）　11 → 25
（29）　17 → 29
（30）　26 → 24
（31）　24 → 32

A Practical Study of "Peg Solitaire" in the Interdisciplinary Studies subject" Mathematical Activity"
—Teaching Materials Development of Puzzle and Game for "Applying Mathematics" of the New Course of Study—

Mitsuyuki IREI

Key words：Mathematical Activity, peg solitaire, Applying Mathematics, Mathematics in the play