

出張講義における「楽しい授業」の紹介：
「音楽と数学」の事例を通して

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2008-03-25 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 伊禮, 三之, IREI, Mitsuyuki メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10098/1657

出張講義における「楽しい授業」の紹介 ——「音楽と数学」の事例を通して——

福井大学教育地域科学部 伊 禮 三 之

本稿では、県立美方高等学校における「出張講義」の概要を紹介し、受講した生徒の感想文を通していくつかの考察を行った。まず、講義の前半では、日本の数学教育の現状と課題を2つの国際的な調査から概観し、数学学習において意味を理解する大切さをベルの実験で確認し、近年の脳科学の知見に基づいた知識記憶を経験記憶に転化するような学習方法を紹介した。後半では、数学教育の改善のために提唱された「楽しい授業」と呼ばれる教育実践の典型例である「音楽と数学」の授業を体験してもらった。ギターを通して音階の数学的原理を発見し、その原理に基づいて紙笛を作成し、「きらきら星」の合奏を楽しむ、という実践である。終了後の感想文には、数学の楽しさ・おもしろさや有用性などが記され、今回の「出張講義」が生徒たちに歓迎されたことが確認された。

キーワード：数学教育の現状と課題、意味の理解、知識記憶・経験記憶、楽しい授業

1. はじめに

今回、県立美方高等学校において「出張講義」の機会を得た。地元の国公立大学として例年本学を志望する生徒が多いことをふまえ、大学の講義に触れることで学問の楽しさ、奥深さを一人でも多くの生徒に体験させ、更なる学習意欲を喚起したい、との趣旨である。依頼されたテーマは、「最近の小中学校の理数教育について（具体的な実践例、研究等）」である。可能な限り依頼された趣旨やテーマに沿うような内容を構想するとともに、「出張講義」そのものが「楽しい授業」（筆者の研究領域の一端）の体験となるような構成をとることとした。

まず、「最近の小中学校の理数教育（主に数学教育）について」は、①日本の数学教育の現状と課題を、国際的な調査から概観することとし、その際、受講生の興味・関心を持続させるよう仮説実験授業的な手法を採り入れた授業展開を構成する（板倉，1982）。

また、筆者の数学教育に関する「研究」内容と「具体的な実践例」の紹介については、②「楽しい授業」の典型例として「音楽と数学」を取り上げることとし、単なる実践事例の紹介ではなく、まさに「楽しい授業」の追体験となるような展開を心がける。

そして、「楽しい授業」の追体験そのものによって、肯定的な数学観形成への契機となるとともに、こうした授業の創造が日本の数学教育改善の一方策であることを実感してもらい、さらに、受講生自身の学習方法改善へのヒントに結びつくような構成に心がける。

以上のことに留意し、担当教師と協議して最終的な内容等を決定した。

- (1) **テーマ：**「楽しい数学の授業」の創造—私の研究分野の紹介
- (2) **日時：**2007年7月11日（水）5・6校時
- (3) **対象：**美方高校2年生12名（希望者）

2. 講義内容（1時間目）—数学教育の現状と課題

前半は、「数学教育の現状と課題」等に関する内容について、質問を提示し、その答を予想してもらい、挙手でその分布を確認し、最後に質問の解説を行う、という仮説実験授業の一連の手法にならって講義を展開した。

(1) 「認知」と「情意」のミスマッチ

IEA（国際教育到達度評価学会）の「国際数学・理科教育調査」やOECD（経済協力開発機構）の「一般市民の科学・技術に対する意識調査」などの国際比較を通して、日本の数学教育の現状を概観しておく（国立教育研究所，1997/久富，2000）。

質問1. IEAの調査は、過去3回行われています。第1回調査が1964年（参加12カ国）、第2回調査が1981年（参加20カ国）、そして1995年に46カ国/地域（以下、国と略称）の参加をえての第3回の調査が実施されました。これは中学2年生に限っていえば、約6千校15万人が参加し世界最大規模の国際数学・理科教育調査です（1999年には、第3回の追跡調査も実施）。

さて、IEAの第3回の調査では、日本の中学2年生の数学の得点は41カ国中第何位だったと思いますか。

- | | | |
|-----------|------------------|--------|
| <u>予想</u> | ア. 1位 | イ. 3位 |
| | ウ. 10位 | エ. 20位 |
| | オ. 41位（またはそれに近い） | |

予想分布は、ほぼウとエに集中した。

中学2年生の数学の平均得点は604.8で参加41カ国の中でシンガポールが1位、次いで、韓国、日本、香港となっており、日本は第3位であった（表1）。

表1 各国の数学の得点 (中学校2年)

国/地域	得点	
	平均値	標準偏差
シンガポール	643.3点	4.9
韓国	607.4	2.4
日本	604.8	1.9
香港	588.0	6.5
ベルギー(F I)	565.2	5.7
チェコ	563.7	4.9
スロバキア	547.1	3.3
スイス	545.4	2.8
オランダ	541.0	6.7
スロベニア	540.8	3.1
ブルガリア	539.7	6.3
オーストリア	539.4	3.0
フランス	537.8	2.9
ハンガリー	537.3	3.2
ロシア	535.5	5.3
オーストラリア	529.6	4.0
アイルランド	527.4	5.1
カナダ	527.2	2.4
ベルギー(F r)	526.3	3.4
タイ	522.5	5.7
イスラエル	521.6	6.2
スウェーデン	518.6	3.0
国際平均値	513.0	3.8
ドイツ	509.2	4.5
ニュージーランド	507.8	4.5
イギリス	505.7	2.6
ノルウェー	503.3	2.2
デンマーク	502.3	2.8
アメリカ	499.8	4.6
スコットランド	498.5	5.5
ラトビア	493.4	3.1
スペイン	487.3	2.0
アイスランド	486.8	4.5
ギリシャ	483.9	3.1
ルーマニア	481.6	4.0
リトアニア	477.2	3.5
キプロス	473.6	1.9
ポルトガル	454.4	2.5
イラン	428.3	2.2
クウェート	392.2	2.5
コロンビア	384.8	3.4
南アフリカ	354.1	4.4

なお、韓国・日本・香港は統計的に有意な差はなく、第2グループに位置している。理科も、第3位であった。

この調査結果から、日本の数学・理科の学力は、世界の国々の中でトップクラスにあることがわかる。

では、数学や理科に対する態度(情意)はどうか。

質問2. I E Aの調査は、生徒を対象とした問題だけでなく、情意面などの生徒質問、教師や学校を対象とした質問も行っています。今度は、生徒質問のいくつかの項目を見ておきましょう。

まず、「数学の好き嫌い」について、「大好き」「好き」と答えた中学2年生の割合は39か国中第何位とありますか。

また、「数学は生活で大切」については、「強くそう思う」「そう思う」の割合は、38か国中何位だった

とありますか。

予想

「数学は好き」

ア. 1位 イ. 3位

ウ. 10位 エ. 20位

オ. 39位 (それに近い)

「数学は生活で大切」

ア. 1位 イ. 3位

ウ. 10位 エ. 20位

オ. 38位 (それに近い)

この質問にも、10位~20位と予想する生徒が多かった。

結果は、数学が「大好き」「好き」と答えた中学2年生の割合は、高い学力とは裏腹に、チェコに次いでリトアニアとともに2番目に少ない結果であり(表2)、理科にいたっては最下位である。また、「数学は生活で大

表2 数学がすき (中学校2年)

表3 数学は生活で大切 (中学校2年)

国/地域	生徒割合	国/地域	生徒割合
イラン	85%	コロンビア	97%
クウェート	84	チェコ	97
シンガポール	82	ポルトガル	97
タイ	82	スロバキア	97
イギリス	80	タイ	97
アイスランド	79	カナダ	95
コロンビア	78	キプロス	95
デンマーク	78	ギリシャ	95
カナダ	74	ハンガリー	95
キプロス	74	シンガポール	95
ギリシャ	74	スウェーデン	95
アイルランド	74	デンマーク	94
スコットランド	74	イギリス	94
ロシア	73	フランス	94
ニュージーランド	72	イラン	94
ポルトガル	71	ラトビア	94
ルーマニア	71	ニュージーランド	94
ベルギー(F r)	70	ノルウェー	94
アメリカ	70	ロシア	94
フランス	68	スペイン	93
スイス	68	アメリカ	93
国際平均値	68	オーストリア	92
ベルギー(F I)	67	アイスランド	92
ラトビア	67	リトアニア	92
イスラエル	66	スロベニア	92
スロベニア	66	スイス	92
香港	65	国際平均値	92
オーストラリア	64	ベルギー(F r)	91
ノルウェー	63	ドイツ	91
スペイン	63	オーストラリア	90
スウェーデン	61	アイルランド	90
スロバキア	60	イスラエル	90
オーストリア	58	クウェート	90
ハンガリー	58	香港	87
韓国	58	ルーマニア	87
オランダ	58	ベルギー(F I)	85
ドイツ	55	オランダ	77
日本	53	韓国	75
リトアニア	53	日本	71
チェコ	49		

切である」についても、「強くそう思う」「そう思う」の割合は、最下位なのである（表3）。

その他、「数学を使う仕事をしたい」という項目についても、韓国に次いで2番目に少なく、数学の成績に対する自己評価にいたっては、自分の数学の成績に自信を持っている生徒は、3番目に少ない結果となっている。

こうした数学に対する態度、情意面についての反応には、質問1の達成状況からすると、意外な結果であり、生徒たちは一様に驚いた様子を示していた。

私たちが教育活動を展開する上で、学習における認知と情意には、次のような関係が成立することが期待されている。すなわち、ある事柄（数学に限らず）に関する知識や経験（認知）は、その対象についての興味や関心（情意）を高め、その対象についての興味・関心は、さらに知識を集積させる（三島、2000）。



図1 認知と情意の正のフィードバック回路

しかし、IEAの調査は、数学や理科においては、「認知」と「情意」がミスマッチを起こしていることを示している。

(2) 剥落性のある学力構造

IEAの「国際数学・理科教育調査」は、日本の小・中学生の学力は世界のトップレベルにあることを示している。では、高校生、大学生、あるいは一般市民(大人)についてはどうか。この件に関する大規模な調査はないが、OECD（経済協力開発機構）が1996年に先進14カ国（日本、カナダ、アメリカ、ベルギー、イギリス、デンマーク、フランス、ドイツ、ギリシャ、アイルランド、イタリア、オランダ、ポルトガル、スペイン）の一般市民を対象に行った「一般市民の科学・技術に対する意識調査」が参考になるだろう。

今度は、一般市民（大人）のサイエンス・リテラシーについて考えてみる。

質問3. OECDの「一般市民の科学・技術に対する意識調査」によると、日本の一般市民の「身についた科学の知識（サイエンス・リテラシー）」を持った割合と「科学・技術への関心」を持った市民の割合は、参加14か国中第何位だと思いますか。

予想

「身についた科学の知識」

- | | |
|-------|---------------|
| ア. 1位 | イ. 3位 |
| ウ. 7位 | エ. 14位(それに近い) |

「科学・技術への関心」

- | | |
|-------|---------------|
| ア. 1位 | イ. 3位 |
| ウ. 7位 | エ. 14位(それに近い) |

質問1の結果から、最初の「身についた科学の知識」は1位～3位を、「科学・技術への関心」については、最下位と予想する生徒がほとんどであった。

質問3の解答は、「身についた科学の知識」も「科学・技術への関心」を持った日本の一般市民の割合は、ポルトガルと並んで参加14か国中最低という衝撃的な結果なのである。このOECDの調査を受けた一般市民は、IEAの第1回・第2回の国際数学・理科教育調査において、在学時諸国中第1位・第2位の高学力を示した世代ないしその前後といつてよい人々である。両調査をともに実施している国は少数だが、両調査の結果をもとにして、それらの国別の位置を概観しておこう（図2）。

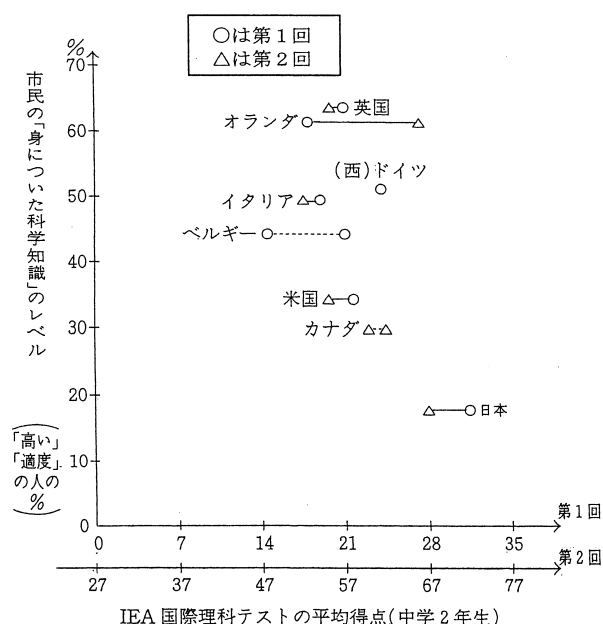


図2 在学中の理科の平均点と市民の「身についた科学知識」（久富、2000より転載）

日本はグラフの「右下の離れた位置」にあつて、諸外国に比して驚くべき「学力の剥落」を起こしていることがわかる。つまり、日本の小・中学生の学力は世界でもトップレベルにあるが、一般市民（大人）の科学的教養や科学への関心は先進国の中で最下位にまで転落する「剥落性の学力」構造を持ったゆがんだものである、ということがいえるのである。

(3) どのような学習に心がければよいのか

グローバルな視点から、数学教育あるいはそれを含む科学の教育の状況を概観したが、今度は、どのような学習に心がければよいのか考えてみよう。

質問4. マンチェスター大学のM. A. バルは、「一筆書き」に関する次のような実験を行いました。11歳（小学校5・6年生）を2つのグループA、Bに分けて、「一筆書き」についての次の規則を両方のグループに教えます。

規則：奇点の数が0か2である場合、その網目

は辿ることができる。

ここで、各々の頂点について、そこで出会う辺の数が偶数であれば偶点、奇数であれば奇点と呼ばれます。

ただし、それぞれのグループには、次のような説明が与えられました。

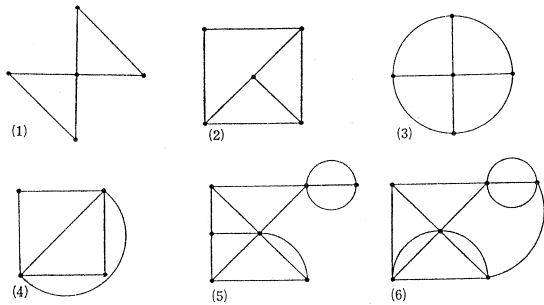
Aのグループ

→上の規則がなぜそうなるのかの理由の説明

Bのグループ

→単に上の規則のみの説明

その後、両グループに、いくつかのきわめて複雑な網目を含む12の「一筆書き」の問題が与えられました。(下は問題の1部)



結果はどうなったと思いますか。2つのグループの正答率を予想して下さい。

予想

グループ	Aのグループ	Bのグループ
正答率		

しばらく「一筆書き」の問題に取り組んでもらったあとで、予想してもらった。いずれのグループも80%以上の正答率と予想する生徒が多かった。

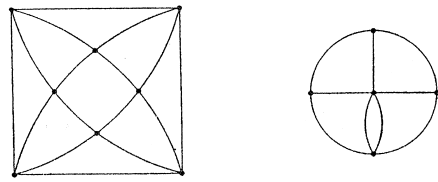
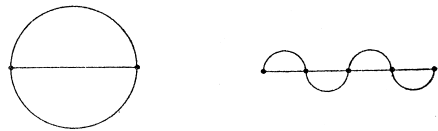
結果は、A・B両グループとも、すべての子どもが正答した(正答率100%)。この段階では、ルールをただ単に適用すればよいだけなので、有意差はない。

この実験には、次のような続きがある。

質問5. ベルの「一筆書き」の実験には、次のような問題の続きがあります。

先ほどの2つのグループA, Bに加えて、以前に「一筆書き」の問題を解いた経験をもたず、その規則について何の知識も持たない第3のCグループにも、今までとは少し違った網目の新しい問題を解いてもらいます。問題は、次の通りです。

問題 「一筆書き」が可能で、しかも、出発点にもどってこられるのはどれですか。また、なぜなのかその理由を述べて下さい。(下は問題の1部)



結果はどうなったでしょうか。3つのグループの正答率を予想して下さい。

予想

グループ	Aのグループ	Bのグループ	Cのグループ
正答率			

生徒たちは、Cのグループは当然20~30%程度の低い正答率を予想したが、A・Bの両グループについては、いずれも60~80%とほとんど差のない予想であった。

結果は次の通りである。

A → 75%, B → 30%, C → 17%

奇点が2個の場合は、一方の奇点からスタートして他方の奇点にゴールする以外にないから、この問題の正解は、奇点が1つもないという場合である。この新しい問題に直面したときに、ルールの理由の説明もうけたAグループは、なお75%もの子どもたちができるのに、ルールだけのBグループの正答率は、30%にも落ちてしまうのである。つまり、意味を理解しないで、ただやり方だけを身につけている場合には、似たような問題についてなら対応できるが、少しでも条件が変更されるともう手に負えなくなる。つまり、応用が利かない、汎用性がない、適応力が低いというわけである。数学の真の理解のためには、やり方・意味の両方ともわかっていなければならないのである(スケンプ, 1973/銀林, 1989)。

最後に、記憶に関する問題を考えてみよう。

質問6. 「過去の記憶」を思い出して下さい。何でもかまいません。

さて、何を思い出しましたか。

何名かを指名して答えてもらったところ、「日曜日にボートに乗った」「お昼にアイスクリームを食べた」「昨夜お母さんと口げんかをした」などが挙げられた。

こうして思い出してもらった記憶には共通点がある。それは、どれもすべて自分が経験したことや体験したことだということである。私たちの頭脳には、三角形の面積の公式やら英単語、円周率などさまざまな記憶が詰ま

っているはずなのに、質問6に対して、そうした知識を取り出す人はほとんどいない。

人間の脳の記憶には、このように「自由に思い出せる記憶」と「自由には思い出せない記憶」がある。自由に思い出せる記憶、つまり自分の過去の経験が絡んだ記憶のことを「経験記憶」、一方何らかのきっかけがないとうまく思い出せない知識や情報のような記憶のことを「知識記憶」と呼んでいる。学校で学習する内容はほとんど後者に属するものなのである。

こうした脳科学の知見は、学校での学習内容を記憶する場合、「知識記憶ではなく経験記憶として覚えればよい」ということを示唆する。単純な知識記憶でも、他のものと関連づけて覚える（連合）と経験記憶に近づいていく。連合によって知識を次々に結びつけてより豊かな内容として精緻化すると、その分記憶から取り出しやすくなっていく。単語だけでなく例文や用法もいっしょに覚える、語呂合わせで年号を覚える、覚えたことを人に説明してみる、耳を使う、手を動かす、五感を総動員する、等々。

高校生にもなってくると、「ものごとをよく理解してその理屈を覚える」という理論だった経験記憶がよく発達してくる。単なる丸暗記では、覚えた範囲の限られた知識にしか役立たない。一方、意味内容も含めてものごとを記憶すると、その論理が適用できるすべてのものに活用することができるというのは、ベルの実験でも見た通りである。知識記憶に頼った勉強方法から、できるだけ経験記憶に絡めた方法に転換したほうが、高校生にふさわしい勉強方法であるというわけである（なお、第3の方法記憶については、時間の関係で割愛した）。そうした学習者の側の積み重ねも、日本の数学教育の改善にも繋がるのかもしれない（池谷，2002）。

3. 講義内容（2時間目）—「楽しい授業」の事例体験

10分間の休憩のあと、「楽しい授業」の典型事例として「音楽と数学」の授業を体験してもらおう。まず、ギター弦の長さに着目して音階の数学的な原理を調べ、その後、その原理をもとに紙笛を作って演奏会を楽しむ、という実践である（繁下，1987/足立・奥定，1989/伊禮，2001，2005）。

(1) ギターの秘密—音階の数学的原理

前もって準備してもらったギターを取り出すと、生徒たちの目がいっせいにギターへ集中する。「この時間は、音楽と数学というテーマで、音階と数学の接点を調べてみましょう。」とあって、おもむろに、ギター音楽の名曲“禁じられた遊び”のメロディーを演奏し、この曲にまつわるいくつかのエピソードを語った。

演奏後、実際のギターを見せながら、ギターのフレット間が等間隔になっていないことに注意を喚起する。ギターは弦を振動させて音を出す楽器なので、弦の長さとお音の高低には関係がありそうだというところに、すぐ気づ

く。そこで、弦の長さを測定して、音の高低との関係を調べてみる。

生徒の代表2人に出てきてもらい、第1弦を素材にして、0フレットから12フレット間の弦の長さを測定してもらおう。そのデータを教師が黒板に記録していく。結果は次の通りであった（図3）。

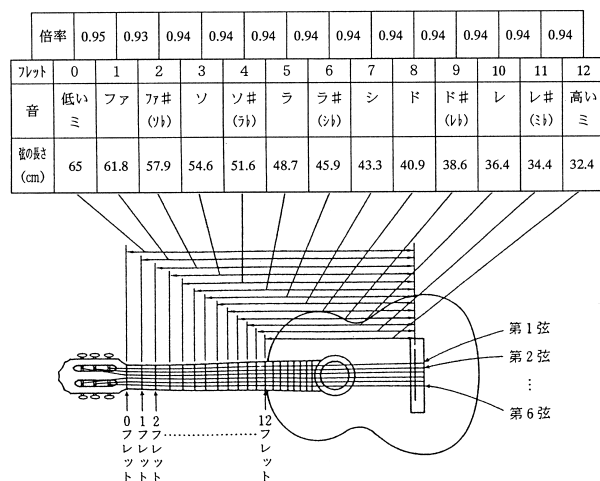


図3 弦の長さの測定結果と倍率

その後、電卓を配布して測定した長さの隣項間の比（短い弦÷長い弦）を計算してもらおう。すると、どれもほぼ0.94になって、一定の倍率になっていることがわかる（図3）。つまり、音階の作り方（弦の長さの決め方）は、一定の法則があり、公比（倍率）0.94の等比数列で構成されているのである。ギターのフレットの間隔は、この原理によってだんだんと狭くしているわけである。

今度は、測定した倍率では誤差が生じてしまうので、その理論値を求めてみる。理論値の算出のための準備として、ミの音階からオクターブ間の弦の長さの比率を計算してみる。

$$\frac{\text{高いミ}}{\text{低いミ}} = \frac{32.4}{65.0} \doteq \frac{1}{2} \quad (0.5)$$

すると、音階が1オクターブ上がると弦の長さは半分になることがわかる。このことから、低いミの弦の長さを a cm、倍率を r とすると、

$$a r^{12} = \frac{1}{2} a$$

が成り立つ。これを解く（パソコンなどを利用）と、

$$r^{12} = \frac{1}{2}, \therefore r = 0.943874312682 \dots$$

測定値の0.94とほぼ一致した。

このような、ドから1オクターブ高いドまで12等分で調律した音階を「平均律音階」といい、16世紀ごろヨーロッパで発生した。それ以前は純正律と呼ばれる音階で、ハーモニーにはすぐれていたが、転調ができないという欠点があった。それで、音楽技法の進展とともに、現在

のほとんどの楽器に平均律音階が使われるようになっていったのである。

(2) 紙笛を作成して演奏会を楽しむ

この平均律音階を用いると、工作用紙とストローで簡単に紙笛を作ることができる。

音階	長さ
○ C ド	16.5cm
C#	15.6
○ D レ	14.7
D#	13.9
○ E ミ	13.1
○ F ファ	12.4
F#	11.7
○ G ソ	11.0
G#	10.4
○ A ラ	9.8
A#	9.3
B シ	8.7
C ド	8.2

今回はこの紙笛に挑戦して、全員で「きらきら星」の演奏を楽しんでみる。

① 笛の長さの決め方

まず、低い方のドの長さを16.5cmに設定して、電卓で順次 0.9438 をかけて、12音の長さを決める(小数第2位を四捨五入)。この12音からドレミファソラの6音に相当する長さを選び(今回は、少人数のため「きらきら星」に現れる6音とした。○印)、1人1音を割り当てておく。

② 紙笛の作り方

ア 工作用紙(前もって7cm幅に切っておく)、ストロー、幅1cmの両面テープ、セロハンテープ、はさみ、カッターナイフを用意する。

イ 工作用紙を、作りたい音の長さ l cm(ドの音なら、 $l=16.5$)に切って、カッターナイフで1cm×1cmの正方形を図の位置で切り抜く。

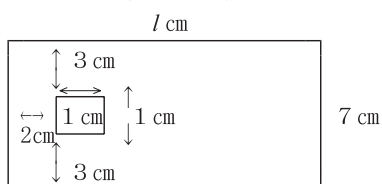


図4 工作用紙を切る

ウ 工作用紙の裏に両面テープを1cmの方にはって、図のように紙の筒を作る。このとき、塩化ビニール管(内径13mm、外径18mm)を利用するとよい。



図5 筒を作る

エ 穴から1~2mm離れた位置にストローをセロハンテープでとめて完成である。

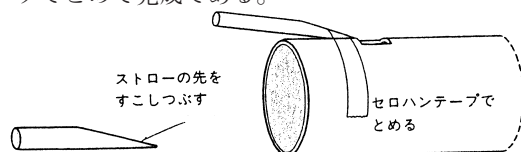


図6 ストローをつける(紙笛の完成)

各自完成したあとは、いよいよ演奏会に移る。起立してもらい各音ごと半円形に集まってもらう。

まず、作成した紙笛が、きちんとした音階を奏でるかを確認するため、割り当てた1音ずつ順次ド、レ、ミ、ファ、…と吹いていく。すると、ちゃんとしたドレミの音階が流れ「うまく音階になっている」ことが実感されて、演奏した生徒たちも和らいだ表情を見せた。

続いて全員で、「きらきら星」の合奏を行った。教師の指揮で、ド、ド、ソ、ソ、ラ、ラ、ソ…と各音の担当に生徒に合図をおくと、その音階が1音1音と奏でられていく。たどたどしいながらも、きちんとしたメロディとなって「きらきら星」が教室に流れていった。曲が終わると、うまく演奏できたことで自然に拍手が起こったのである。

4. 講義の感想による考察

今回の「出張講義」に関して提出された生徒たちの感想文(提出10名、資料参照)をもとに若干の考察をくわえておこう。

(1) 楽しさの実感

前半は仮説実験授業的な手法によって、後半は「楽しい授業」の体験そのものを目指して講義を展開したわけだが、感想文を読むと、全員が「楽しい」「おもしろい」「興味を持った」「うれしい」などの楽しさを実感した言葉を素直に記述していた。

例えば、「今日の講義は、いままで算数・数学をしてきた中で一番楽しい授業だった」「楽しい講義でよかった」「一筆書きの問題」とか「笛作り」などとても楽しかったです」「この講義はとてもおもしろかったです」「最初いったいどんな講義なのだろうと思っていましたが、とてもおもしろく、興味のもてる講義でした」「講義の内容も音楽は数学を使ってつくることができたり、法則を見つけたりと、とてもおもしろかったです」「笛づくりのように、経験を通して数学に触れていくことで興味・関心を引き出すというのはなかなかおもしろい方法だなあと感じました。実際、私たちが音階ごとの長さの計算や、その通りに笛の長さの調節など興味を持って取り組みました」「一番印象があったのは笛作りです。僕は「ラ」の音だったが、しっかりと音がでたのでよかったので、うれしかった。キラキラ星もとてもきれいにできたのもうれしかった」などである。

(2) 有用性の実感

有用性について触れた感想や驚きの声が多く見られたのもこの講義の収穫であろう。特に後半の「音楽と数学」にそれが顕著であった。

「ギター線の比率が、0.94でかけられていくことを知ってとてもびっくりした」「今日いろいろなことを聞いて、数学ってすごいなあと感じた。音楽とか一筆書きにまで数学が関係していてびっくりした」「紙で笛を作った、紙の長さを変えるだけでいろいろな音が出てすごい

と思った」「身の回りには数学が基になって考えられているものが意外にあることがわかった。数学は生活に役立つのではないのかと改めて思えた」「ギターやピアノなどにある法則があって作られていて、それがどの楽器でも同じ方法がとられていることも知りませんでした」「楽器の木きんやピアノの部分でパイプみたいなのが波のようにになっている理由も知ることができ、驚きました」「数学と音楽が、こんな関係でつながっているなんて、全然考えてもいなかったの、驚きました」などがそれである。

こうした楽しさや有用性等の実感を促しているのは、紙笛での合奏の過程の存在であろう。この講義が、ギターの弦の長さの測定から音階が等比数列（または指数関数）という数学的な原理で構成されている法則の発見だけにとどまっていた場合、その倍率が本当に音階を構成するのかどうかは生徒たちにフィードバックされず、理解の状態を中途半端なものにしてしまったであろう。つまり、数学的な知識による法則の発見とその法則を使って直接的に演奏し「一致する」ことを「確認」した経験こそが、「今日の講義は、いままで算数・数学をしてきた中で一番楽しい授業だった」「僕は“ラ”の音だったが、しっかりと音がでたのでよかったので、うれしかった。キラキラ星もとてもきれいにできたのもうれしかった」「紙で笛を作って、紙の長さを変えるだけでいろいろな音が出てすごいと思った」「数学と音楽が、こんな関係でつながっているなんて、全然考えてもいなかったの、驚きました」という実感を促しているのであり、数学の有用性などに気づいていくような変容を生み出したのだといえるだろう。

(3) 数学観等の変容

数学に対する見方の変化を記している感想文もいくつか存在した。この講義には、数学観の変容の契機となればという期待も込められていたので、そうしたメッセージが少しなりとも受け止められたのは望外であった。

「今日いろいろな発見があって、数学は理解できればおもしろいんだと思った」「数学は難しいけど、一筆書きや笛作りなど自分で体験することによって経験記憶になって、数学が楽しくて好きになると思った」などの数学に対する学習観や「身の回りには数学が基になって考えられているものが意外にあることがわかった」「物には全て数学がつながっているのではないかな？と、色々なものへの関心が深まりました」など数学と現実世界とのつながりを見出した数学観の変容。直裁に数学への見方の変化を示す感想もみられた。「数学の少し違う見方をする事ができて良かったです」と…。

5. おわりに

資料に示された感想文を読むと、今回の「出張講義」は、ほぼ歓迎されたものと考えてよいだろう。しかし、数学に対する日本の生徒たちの態度は、数学教育の現状

等で記した通りである。長い学習経験をもとにして培われた数学への否定的な態度は、一朝一夕には改善しないだろう。しかし、これらの感想文を読むと、今回の講義の体験は、数学に対する肯定的な態度を形成していくうえで、ささやかな契機になったのではないかと考えている。こうした日常の教育実践の積み重ねが、数学教育における「認知」と「情意」の正のフィードバック回路の回復へとつながるのではないかと考えている。

今後も、こうした数学教育における「楽しい授業」を実現するカリキュラムの開発に努めていきたい。

引用・参考文献

- 足立久美子 (1989) 「音楽と数楽」『算数・数学のおもしろさ』(心に広がる楽しい授業第17巻) 株式会社ニチブン, pp.163-170
- 池谷裕二 (2002) 『最新脳科学が教える高校生の勉強法』(東進ブックス) 株式会社ナガセ
- 何森仁・江藤邦彦・黒田孝郎・黒田俊郎・野崎昭弘 (1989) 『明解数学Ⅱ』(文部省検定済教科書) 三省堂
- 板倉聖宣 (1982) 『仮説実験授業のABC 楽しい授業への招待』(楽しい科学の授業シリーズ) 原発行仮説社, 株式会社ほるぷ出版
- 伊禮三之 (2005) 「音楽と数学—紙笛を作って演奏会!—」『数学教室』No644 (連載『楽しい数学』の1年④) 国土社, pp.64-67
- 伊禮三之 (2001) 「『音楽と数学』の授業から」『数学教室』No594, 国土社, pp.36-40
- 奥定薫 (1989) 「ギターと数学」『算数・数学のおもしろさ』(心に広がる楽しい授業第17巻) 株式会社ニチブン, pp.171-179
- 銀林浩 (1989) 「数学のわかり方の構造(数学と認知心理学)」『21世紀への算数・数学教育』(心に広がる楽しい授業第20巻) 株式会社ニチブン, pp.57-75
- 国立教育研究所編 (1997) 『中学校の数学教育・理科教育の国際比較—第3回国際数学・理科教育調査報告書』 東洋館出版社
- 繁下和雄 (1987) 『紙でつくる楽器』(シリーズ親と子でつくる4) 創和出版
- R.R. スケンプ著, 藤永保・銀林浩訳 (1973) 『数学学習の心理学』 新曜社
- 久富義之 (2000) 「競争の教育のゆくえ—その「完成」, 「動揺」から「行き詰まり」, そしてこれから—」『教育』No650, 国土社, pp.6-14
- 三島次郎 (2000) 「生態学の視点からの環境教育」 文部省中央研修講座資料

〈資料〉出張講義に対する生徒の感想文

- ① 今日いろいろなことを聞いて、数学ってすごいなあと思った。音楽とか一筆書きにまで数学が関係しててびっくりした。今まで一筆書きが苦手だったけど、今日は全部解くことができた。そして、紙で笛を作って、紙の長さを変えるだけでいろいろな音が出てすごいと思った。数学はあまり苦手じゃないけど、それほど好きではないので、今の子どもたちと一緒にだなあと思った。でも、今日いろいろな発見があって、数学は理解できればおもしろいんだと思った。今日知ったことをいかしてこれからも勉強をがんばりたい。楽しい講義でよかった。
- ② 私たちが習っている数学について、現状を知ることができ、おもしろかった。日本は数学教育がとても進んでおり、世界でもトップレベルに入っているにも関わらず、数学は嫌いで生活に役に立つと思っていない、ということが驚いた。生徒は嫌々勉強しているのだなあと思った。楽しく勉強できると、いつまでも覚えられておけるので、その方がいいなあと思った。身の回りには数学が基になって考えられているものが意外にあることがわかった。数学は生活に役立つのではないのかと改めて考えた。(略) また、今後も講義を受けてみたいと思った。
- ③ この講義はとてもおもしろかったです。先生の教え方によって、大人になってからも記憶に残るんだなと思った。日本は、数学の得点がトップレベルなのに、数学への関心が低いのは改善していく必要があると思った。一筆書きの実験結果によると、規則となぜそうなるのかの理由が分かったほうが記憶にずっと残るし、応用した問題でも解けることが分かった。数学は難しいけど、一筆書きや笛作りなど自分で体験することによって経験記憶になって、数学が楽しくて好きになると思った。今回の講義で勉強方法などたくさん為になることが学べたので良かったです。
- ④ 今日の講義は、はじめは説明とか話ばかりなのかなあと思っていただけ、"一筆書きの問題"とか"笛作り"などとても楽しかったです。今回、はじめて日本は数学ができる国だということを知ってびっくりしました。私は予想で20位くらいだと思っていたので、まさか3位だとは思っていませんでした。でも、できるのに好きと答える人がいないなんておかしいなあと思いました。先生のおっしゃっていた通り、分かるとおもしろくなるのが普通なのにどうしてかなあと思いました。あと、大人になると知識は剥落してしまうというものはじめて知りました。本当にはじめて知ることばかりで全くあきずに授業が受けられました。今回、先生に知識記憶を経験記憶に変えていくことで、勉強もできるようになるというヒントをもらったので、これからの勉強はそういうことにも気をつけてやっていきたいと思っています。
- ⑤ 数学の少し違う見方をすることができて良かったです。日本は成績はトップクラスというのに関心・意欲の面においては最低ランクという事実が驚きました。日本の教育は他国に比べると少し"やらせ"感があるのだろうかと思いました。生徒が自発的に物事を学ぶ日を夢みて頑張っている先生を見て教員に求められている事がただ生徒に勉強を教える事だけではないんだと思いました。自分も学校の先生になりたいと思っているので

今の学生である自分の気持ちを見つめ、分析し、自分が大人になった時に高校生の気持ちを理解できるようになりたいと思います。

- ⑥ 今日の講義は、いままで算数・数学をしてきた中で一番楽しい授業だった。今日の講義で日本の理数レベルがトップであることがわかり、それとは裏腹に情意面での反応の低さや数学の嫌いが明らかになった。ギター線の比率が、0.94でかけられていくことを知ってとてもびっくりした。一番印象があったのは笛作りです。僕は"ラ"の音だったが、しっかりと音がでたのでよかったので、うれしかった。キラキラ星もとてもきれいにできたのもうれしかった。また講義を受けたいと思いました。
- ⑦ 最初いったいどんな講義なのだろうと思っていましたが、とてもおもしろく、興味のもてる講義でした。一筆書きの方法などまったく知らなかったことも知れたし、日本人の数理についての現状など、中・高で学んだことが大人になっていかされていなくて分かりました。知識記憶を体験記憶に変えて覚えるという方法をこれから使えていけたらいいなと思いました。ギターやピアノなどにある法則があって作られていて、それがどの楽器でも同じ方法がとられていることも知りませんでした。もっと話をききたかったなと思いました。
- ⑧ 僕は大学の教員はビシッとした感じがかたいイメージがありました。でも、実際は親しみやすく、話の仕方も聞きやすく内容も理解しやすかったです。また、講義の内容も音楽は数学を使ってつくることができたり、法則を見つけたりと、とてもおもしろかったです。楽器の木きんやピアノの部分でパイプみたいなのが波のようにになっている理由も知ることができ、驚きました。他にも、小・中学生の時と高校生の時とは覚え方を変える必要があることなど、これから役立つことを知ることができました。(略) 紙で笛を作ったり、その紙の長さで音が変わるなどとてもおもしろい体験をすることができて良かったです。また機会があれば講義を聞いてみたいです。
- ⑨ 数学と音楽が、こんな関係でつながっているなんて、全然考えてもいなかったもので、驚きました。物には全て数学がつながっているのではないかな?と、色んなものへの関心が深まりました。ルールの話「一筆書き」では、実験結果を元に、勉強方法のあり方を導くなど、やっていて「もっと知りたい」という思いが強くなりました。数学という分野。人に物事を教えるということは、本当に難しいことだと思います。でも、先生のように、自分が楽しんで興味のある分野を教えていけると、教えられる方も分かりやすく楽しいです。将来、先生のような、楽しく、研究熱心な先生になりたいなと思います。
- ⑩ 数学の学力が世界3位なのに、「好き」「生活で大切」の割合が最下位ということにはとてもびっくりしました。笛づくりのように、経験を通して数学に触れていくことで興味・関心を引き出すというのはなかなかおもしろい方法だなあと思いました。実際、私たちも音階ごとの長さの計算や、その通りに笛の長さの調節など興味を持って取り組みました。

注 明らかな誤りを訂正した以外は原文のまま。また、講義内容に直接関係のない記述は省略した。

"Enjoyable Lessons" in a Visit Lecture — Through a Curricular Example "Music and Mathematics" —

Mitsuyuki IREI

Key words : present situation and problems of mathematics education, understand of the meaning semantic memory•episodic memory, enjoyable lessons