

SSH指定高等学校における理数探究の試行：  
題材「two-circle-roller」の条件変更を中心として

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2018-06-29 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 南, 芳邦, 田嶋, 祥大, 風間, 寛司 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10098/10460">http://hdl.handle.net/10098/10460</a>

## SSH指定高等学校における理数探究の試行 — 題材「two-circle-roller」の条件変更を中心として —

福井大学大学院教育学研究科教科教育専攻 南 芳 邦  
福井大学大学院教育学研究科教科教育専攻 田 嶋 祥 大  
福井大学大学院教育学研究科 風 間 寛 司

本稿は、次期学習指導要領の「理数探究」を視野に入れ、PISA2012における「数学的プロセス」に沿った問題解決活動を、「two-circle-roller」を題材として探究活動の実践研究を試みた。対象は、福井県立藤島高等学校第2学年「研究ⅡA」において数学を選択した生徒4グループ、12人の1年間の取組を支えた実践である。方法は、年間26時間の授業記録とカンファレンスによる考察から知見を生成する。特に、明らかになった成果と、考察から得られた教師側の支援等の留意点を指摘し、「理数探究」の授業の在り方についての提言を行う。

キーワード：理数探究，数学教育，数学的プロセス，two-circle-roller，条件変更

### 1. 「数学活用」の廃止と「理数探究」の新設

「数学活用」は現行高等学校学習指導要領の数学編(2009)において、「数学基礎」に代わる科目として新設され、「数学と人間の活動，社会生活における数理的な考察」を目的としていた。数学を実生活や社会に活用することに対して学校数学として力を入れていくことのあらわれであった。

しかし、次期学習指導要領の改訂にむけた答申(2016)中で、高校数学科としては、「数学活用」が開設されている学校が少ないことが指摘されている。その他に、Super Science High school(本稿では以下SSHと表記する)での成果等の理由もあり、「数学活用」が廃止されることになった。その代わりとして、新たに「理数探究」及び「理数探究基礎」が新設されることが明らかになった。その背景の1つとして、数学科として育成すべき資質・能力が明確化されたことがあげられる。算数科・数学科においては、「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程」といった数学的に問題解決する過程がより重要視される。数学的に問題解決する過程において、日常事象や社会の事象を数理的に捉えるものと、数学の事象を数理的に捉えるものの2つの問題解決の過程があり、本実践では日常事象や社会の事象を数理的に捉えるものを題材として「理数探究」の実践を行う。

これらのことからわかるように、今後の高校数学では「理数探究」の時間も重要になる。しかし、「数学活用」が新設されたときと同様に「理数探究」が開設される学校がSSHのみとなる恐れもある。そこで、本研究では、SSHで行われている「研究ⅡA」において数学を選択し

た第2学年の生徒4グループ、12人の1年間の取組を支えた実践を基に年間26時間の授業記録とカンファレンスによる考察から知見を生成する。特に、明らかになった成果と、考察から得られた教師側の支援等の留意点を指摘し、「理数探究」の授業の在り方についての提言を行う。

### 2. 理数探究の基本原則

理数探究の基本原則について文部科学省(2016)は新科目の創設にあたって基本原則を明確にする必要があるとし、次の4つの原則を述べた。

- ①様々な事象に対して知的好奇心を持つとともに、教科・科目の枠にとらわれない多角的、複合的な視点で事象を捉え(総合性)
- ②「数学的な見方・考え方」や「理科の見方・考え方」を豊かな発想で活用したり、組み合わせたりしながら(融合性)
- ③探究的な学習を行うことを通じて(手立て)
- ④新たな価値の創造に向けて粘り強く挑戦する力の基礎を培う(挑戦性、アイディアの創発)

この基本原則は数学活用とくらべて教科横断型であることが強調されている。以前は、数学には「数学活用」があり、理科には「理科課題研究」が設定されており、数学と理科は別々のものであるという認識がされかねなかった。今後は数理横断的なテーマに徹底的に向き合い考え抜く力を育成するため、大学入学者選抜の改革や大学入学希望者学力評価テスト(仮称)に向け教科の枠を超えた探究活動が求められる。

#### 2.1 理数探究の学習過程イメージ

理数探究の学習イメージとして文部科学省(2016)

は次のような図を用いている。

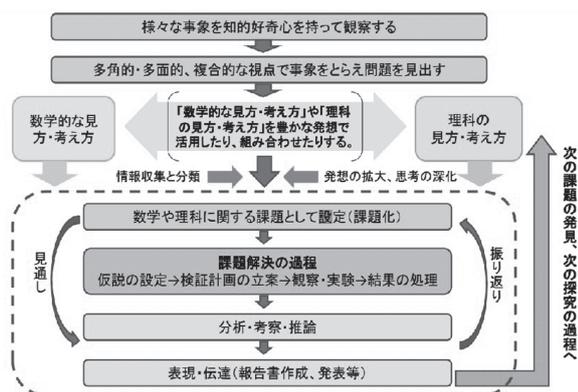


図1. 理数探究の学習過程イメージ (文部科学省, 2016)

この学習過程のイメージを本実践の題材である two-circle-roller を例に示す。

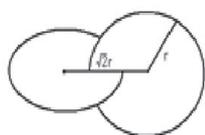


図2. two-circle-roller

two-circle-roller とは図2のように、同じ大きさの円板が直交し、それぞれの直径が同じ直線上にある。このとき、円板の中心間距離を半径の $\sqrt{2}$ 倍にすると、重心が上下に動かさずよく転がるようになるものである。

理数探究の学習過程のイメージとしては次のとおりとする。理数探究を始めるために、two-circle-roller が実際に転がる様子を観察させることにより、転がりそうにない立体が転がっているという知的好奇心を持たせる。

そして、two-circle-roller を多角的な視点でとらえることとなる。例えば、形は何か、材質は何か、円はどのように組み合わさっているのか、どのような地形を転がるのかというような数学にとどまらないような視点で題材を観察する。そして、ここではなぜ転がるのだろうかといった問題が生まれる。

ここで、数学的な考え方としては、形を円とし、厚さや質を無視するという単純化や1つの円の半径のみではなく一般の半径の円ではどうなるかという一般化などが考えられる。また、理科の考え方としては、位置エネルギーと重心の高さとの関係や重心と形や切り込みとの関係を捉えることなどに適用される。

そうした横断的な見方・考え方を働かせながら、科学的・数学的な課題が設定される。本実践の中では円の半径を3cmとしたとき切り込みの長さを何cmにすればよいかという課題となった。

この課題を解決していく中でも数学的な見方・考え方や理科の見方・考え方が働かされる。例えば実験を行うとき、円の半径と切り込みの長さを同時に変更させずに

1つだけを変化させていくという理科の見方・考え方があるだろう。また、どれだけ帰納的に検証しても限界があり、演繹的に証明する方法を探る数学的な見方・考え方があるだろう。

1つの課題を解決し、得られた結果をクラス全体で共有して、結論を得た方法が正しいのかを討論することを通じて、新しい課題を設定し、解決するというサイクルを行わせた。ここで、1つの問題を解いた後、新しい問題を設定する方略としてWhat-if-Not strategyを用いた。この方略については本稿の4.で述べる。

このような学習過程のイメージで本実践を行った。

### 3. 数学における問題解決活動

算数科・数学科として育成すべき資質・能力は本稿の1.で述べたとおりである。これまでの高等学校における数学科での授業では次のような2つの限界があげられる。

- ①事象を数理的にとらえ、数学の問題を見出す場面がないこと。
- ②生徒自身が問題解決を最初から最後までする場面がないこと。

①は特に高等学校で見られる問題点であろう。この問題点は主に2つの側面がある。1点目は、数学の問題ばかりを解き、現実的な問題を数学が適用できないかという視点で見る機会が少ないという点。2点目は、問題は必ず教師もしくは教科書が提示するという点である。生徒にとって問題は与えられるものであり、見つけるもの、見出すものという態度が普通の授業では身に付きにくい。中学校学習指導要領解説数学編の中で、資質・能力の育成のために重視すべき学習過程の例として「問題の設定」があげられている。このことは従来の問題解決に重点を置いてきた授業を少し考え直す必要性を示唆しているであろう。

②は授業の制約が大きくかわる。授業は生徒全員が一定以上の成果を得られるように構成する。また、授業を1通り流れるようにするために、問題解決の着眼点、使う公式などを教師が伝えることもある。生徒自身が問題を発見し、数学を用いて問題を解決するという一連の流れを生徒たちだけで行うことはあまりない。その点、「理数探究」ではどの程度問題解決を行えるのかという評価に用いることが考えられる。数学における問題解決については本稿の3.2で述べる。

#### 3.1 問題解決の重要性

問題解決は古くから世界規模で議論されてきたものの一つである。G.Polya (1954) は問題を解く決まりきった方法を教えることで数学に対する興味が失せ、問題を解決する能力も高まらないことを危険視し、問題を解く段階を4つに分け、発見的に問題を解決することを推奨した。

H.Freudenthal (1973) は数学を「既成の数学」と「行

動に表された数学」に分け、「行動に表された」つまり生徒たちによってつくられる数学を重視するべきだと主張した。そのために「現実を数学的手段にアクセスでき、数学的洗練にアクセスできる構造に整理・組織する活動と、現実の数学化に続く数学を数学的手段によって整理・組織する活動」をすることにより問題を解決させようとした。

また、NCTM (1980) の An Agenda for Action において示された8つの指針の中で筆頭に、「問題解決」(problem solving) があげられており、以下のように書かれている。「Problem solving encompasses a multitude of routine and commonplace as well as nonroutine functions considered to be essential to the day-to-day living of every citizen. but it must also prepare individuals to deal with the special problems they will face in their individual careers.」つまり、問題解決は人々の日々の生活に必要な不可欠であり、個々の職業で直面するような特別な問題にも対処しなければならない必要性からくるという。1980年代はIT化が進んだ時代であり、それに伴って生活や職業も変化していた。そういった変化の中で唯一変わらない必要な能力として、問題解決の能力があったのであろう。

このように数学において問題解決は非常に重要であると考えられている。この問題解決は狭い意味での答えを出せばよいというものではなく、問題を発見し、数学を用いて解決し現実に適用するというより広い意味での問題解決である点に注意しなければならない。

### 3.2 PISAの数学的プロセス

次期学習指導要領の視点から、「理数探究」の活動においても数学的に問題解決する過程を行うことが重要であり、既習事項を、実生活の問題解決に活用しようとすることがより一層求められる。数学科の授業においても、「理数探究」と同様に現実的な問題を扱ったり、数学を生徒の手で発展させ結果を省察させたりすることが必要となるだろう。そのような学習のプロセスを経済協力開発機構が行う学習到達度調査(本稿では以下PISAと表記する)で次のように述べている。

PISA2012の「数学的プロセス」は図3をもとに説明されている。

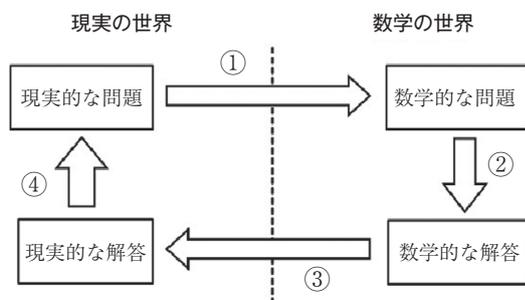


図3. PISA2012における数学的プロセス (PISA2012)

#### ①「定式化」

数学を応用し、使う機会を特定することも含めて、提示された問題や課題を数学によって理解し、解決することができること。与えられた状況を理解し、それを数学的に処理しやすい形に変えることもその1つである。さらに数学的に構築し、表現し、変数を特定し、簡単な仮説を立てて問題を解決したり、課題に対応したりすることも含まれる。

#### ②「適用」

数学的に理論化し、数学的概念・手順・事実・ツールを使って数学的に問題を解決すること。これには計算をすることや、代数式や方程式、その他の数学モデルを操作することが含まれる。数学的な図表やグラフから得た情報を数学的に分析することや、数学的な表現や説明する力を発達させること、数学的なツールを使って問題を解くことなども含まれる。

#### ③「解釈」

数学的な解や結果、結論を振り返り、それらを現実世界という文脈の中で解釈する力。数学的に得た結果を現実世界の文脈に戻して解釈するなど。

#### ④「評価」

数学的な解や推論を再度問題の文脈の中に戻し、それらが妥当で、問題の文脈の中で意味が通るかどうかを判断すること。数学的に得た結果や結論が、なぜ与えられた問題の文脈の中で意味を持つのか、あるいは特に持たないのかを説明する。問題を解くために使ったモデルの限界を、批判的に判断し、特定するなど。

このようなプロセスを自律的に行うことができるように、普通の授業でもこのサイクルを意識した問題解決活動が求められる。しかし、このプロセスを生徒が意識して行うことは困難である。三輪(1983)は「現実世界の問題を数学の世界へ持ち込む定式化の段階が最も重要かつ困難であるとされている」と述べ、数学的プロセスの①にあたる仮定の設定、定式化、一般化などのプロセスを生徒自ら行うことは困難であることを示した。

そこで、探究の活動として、生徒たちに数学的プロセスを意識させる活動を取り入れた授業構成を行った。1周目のサイクルは教師先導で行い、生徒と共に定式化、モデル化を行い、two-circle-rollerの仕組みについても探究を行う。2周目のサイクルは、two-circle-rollerの条件変更を行い、それぞれのグループで探究活動を行った。

### 3.3 中学校学習指導要領解説数学編における問題解決

数学における問題解決はPISAだけが規定しているわけではない。中学校学習指導要領解説数学編(p.23)では次のような図をもとに説明されている。

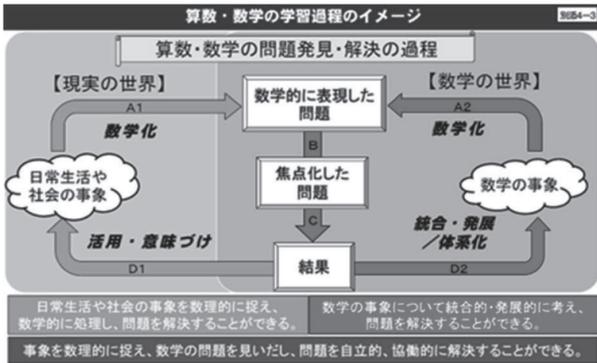


図4. 中学校学習指導要領解説数学編における問題解決の過程 (文部科学省)

これはPISAの数学的プロセスと似ているものであるが、問題発見の過程がより強調されているという点と、現実のみではなく数学を発展させるためのモデルを同時に表しているという点で違っている。本稿の3.4で、実際に高等学校で扱った題材をこれらのプロセスに当てはめる。

### 3.4 数学的プロセスに沿った探究活動

図3の数学的プロセスからtwo-circle-rollerを題材とした探究活動について捉える。まず「two-circle-roller」に対する疑問を持つ。「なぜ、転がりそうにないこのような図形がきれいに転がるのだろうか」という疑問から「この現実の問題に関して、仮定の設定、モデル化を行うことにより、幾何学な問題と捉えることができる。ここでの仮定の設定は「水平面上に置かれたとき重心の高さが一定であると、スムーズに転がる」という幾何学的性質となる。また、モデル化はtwo-circle-rollerを図5のように幾何学的に捉える。two-circle-rollerの回転を動的に捉えることは難しい。そのために、モデル化として特徴的な2場面を静的に捉える。

モデル化することで、数学の問題として「図5の2つの図形の重心の高さ  $h_1$ ,  $h_2$  が一致するときの中心間の距離  $d$  を求めよ」という問題に捉えなおすことができる。この数学の問題は三角比を使って解決することができる。求めた解に解釈を加え、現実の問題と比較し評価することでサイクルを1周することになる。

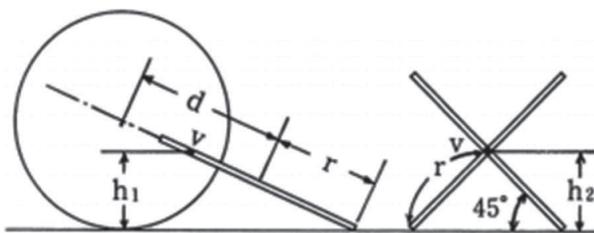


図5. two-circle-rollerのモデル化 (村松, 2010)

### 4. two-circle-roller の条件変更

数学における問題発見には主に2種類ある。1点目は、すでにわかっている問題の条件を変更して新しい問題を設定しなおすこと。2点目は、事象に疑問や問いを持つことである。2点目の事象に疑問や問いを持つことは、題材が自然と問えるような題材であれば比較的簡単であるが、興味があまりない、問いを持つことに慣れていない生徒にとっては難しいものとなる。よって、今回は1点目の条件変更を基に問題を発見させる。

two-circle-rollerの条件変更にあたり What-if-Not strategy (Stephen I. Brown, Marion I. Walter, 1983) を用いて生徒に問題発見を促した。

What-if-Not strategy には、5つの水準があり、この水準をそれぞれ行うことで問題発見を行うことができる。この視点を生徒に与え、探究活動を進めさせた。

- 【第0水準】 出発点の選択
- 【第I水準】 属性目録づくり
- 【第II水準】 What-if-Not
- 【第III水準】 問題の設定
- 【第IV水準】 問題の分析

two-circle-rollerの条件変更をこの視点から見ることにする。

#### 【第0水準】 出発点の選択

出発点の選択は、条件変更を行う題材を選ぶことを指す。出発点となる題材は、「two-circle-roller」であり、原問題として「同じ半径の円A,Bが垂直に交わっている。この図形が平面上を滑らかに転がる時、切り込みは何cmであるか。」となる。

#### 【第I水準】 属性目録づくり

選んだ題材を元にどのような記述がされているか答え、属性ごとに項目分けを行うことがこの水準になる。

two-circle-rollerの属性は次のようになると考えられる。

1. 対象物は2つの図形からなっている
2. その図形は円からなっている
3. その図形は同じ大きさ(半径が同じ)である
4. 2つの図形は直交して接続されている
5. 2つの図形は2次元の図形である

生徒は1,2,3の属性を見つけそれぞれの変更を第II水準で変更をかけた。

#### 【第II水準】 What-if-Not

この水準は第I水準であげた属性を「What-If-Not (もしそうでなかったらどうか)」と問う水準である。属性の1を変更したものを「1変更」と表記すると例えば次のようになる。

- 1変更. 対象物は3つの図形からなっている
- 2変更. その図形は正方形からなっている
- 3変更. その図形は違う大きさ(半径が異なる)である
- 4変更. 2つの図形は直交せずに接続されている
- 5変更. 2つの図形は3次元の図形である

上記のように属性を変更すると問題に不備が出ること

がある。例えば、2変更のように対象の図形を四角形とすると半径がなくなるため、円の半径に相当するものを正方形に設定しなければならない。このような再設定を次の水準で行う。

#### 【第Ⅲ水準】問題の設定

この水準では第Ⅱ水準で行った変更の1つ、もしくは複数を取り入れ問題を不備なく再設定する水準である。属性を複数変えると結果の違いがどの属性の変更によって起こったのかが捉えられなくなるため、今回は一つの属性の変更のみに限定した。生徒の実際の反応は次のようになった。

1. 対象物は2つの図形からなっている  
→「3つ、4つの図形からなっているのはどうか」
2. その図形は円からなっている  
→「ルーローの三角形では」「おうぎ形では」
3. その図形は同じ大きさ(半径が同じ)である  
→「半径の異なるtwo-circle-rollerではどうか」

条件の変更は1回だけではなく何回も変更を掛けることができる。とある班は、円をルーローの三角形にするとうなるかと問うて、問題を作った。その問題を解いて現実で試してみるとうまく回らないことが分かった。その原因を考え、原問題と比べ、ルーローの三角形には引っかかる角があるから回らないのだという結論に至った。そして、円であることが重要であると考え、さらに円のどの範囲が必要なのかという疑問から円を扇形に変えて、必要な範囲を調べていった。これは、問題の条件変更が問題の重要な属性を見つけることに役立つ例でもある。

この問題設定の仕方には1つ利点がある。それは設定した問題はまったく新しい問題ではなく、推論を用いることができる仮説になるという点である。原問題の答えは中心間距離  $d$  (それぞれの円の中心の距離) が半径の  $\sqrt{2}$  倍になるように切り込みを入れればよい。ならば円をルーローの三角形にしても中心間距離  $d$  が  $\sqrt{2}$  倍になればよいのではないかと仮説を立てることができる。もしくは同じ過程(図5のように2場面に限定する)で問題を解決できるのではないかと仮説を立てることができる。

## 5. 藤島高校「研究ⅡA」における探究活動

実際に行った藤島高校「研究ⅡA」は全26時の1年間を通した授業である。その活動の大まかな流れと活動の一部を紹介する。

### 5.1 研究ⅡAの全体像

研究ⅡAの全26時間は次のような活動で構成されている。

- 活動1：プレ研究と発表 (3時間)
- 活動2：第一の問題設定 (3時間)
- 活動3：研究の計画立て (1時間)

活動4：中間発表1 (2時間)

活動5：第一の問題の研究 (3時間)

活動6：第一の問題のまとめと第二の問題設定 (1時間)

活動7：第二の問題の研究 (4時間)

活動8：中間発表2 (2時間)

活動9：最終発表のための論文とポスター作製 (5時間)

活動10：最終発表 (2時間)

大まかに分けると活動1による研究の準備、活動2～6による教師の先導のある探究活動、活動7～8の生徒主導による探究活動、活動9.10による成果のまとめで構成されている。主な活動の詳細については本稿の5.2から述べていく。

### 5.2 第一の問題設定

問題設定をする主体は生徒であることが望ましいが、実際は問題を設定できる生徒は少ない状況であった。そこで1問目だけは教師側が題材を用意した。用意した題材は「ビュフォンの針」「虚数の可視化」「two-circle-roller」の3つを紹介し、興味を持った順位をアンケートで集計して人数を調整しながら3つに振り分けた。また、自分のしたい研究のテーマがすでにあった生徒は自由枠としてそのテーマを研究させることとした。振り分けられた題材の中でも3人を1つのグループとし人間関係を重視しながらグループ分けをした。

「two-circle-roller」では実際に動いている場面を目の前で見せた。そうすることで生徒たちは転がりそうにはないものがきれいに転がるのはどうしてだろうと疑問をもつものがいた。生徒たちが最初に設定した問題は「なぜtwo-circle-rollerは転がるのか」であった。

問題が設定された後、生徒たちには厚紙とコンパス、はさみ等を与え、自由に考えさせた。すると、うまく転がるための条件が何なのかを定めていった。グループごとに転がる条件を発見する方法は違い、あるグループは半径を固定し切り込みの深さを変更して作っていた。これは切り込みの深さという条件が問題に関係していると考えてのことであろう。別のグループは逆に切り込みの深さを固定し、円の半径を変更していた。こうした活動を経て最初に設定した問いよりも定式化された「円の半径を固定したとき、切り込みの深さを何cmにすればきれいに転がるのか」という問いに変化した。

### 5.3 第二の問題設定

最初の問題を解いた後、新しい問題の設定をさせた。その際 What-If-Not strategy という名を出すことはなかったが、次の2点を伝えた。1点目は問題を設定するときには、疑問や感覚を問題にすること、元の問題の条件を変更して作る方法があること。このことを伝えたとき、すべての班が元の問題の条件変更による問題設定を望んだ。2点目は、条件変更するための条件を見つけなければならないことと変更する条件は1つだけである

こと。条件の例として、組み合わせる図形は円であるという条件を例示した。生徒たちは同じ大きさであることや、垂直に交わること、2つの図形からなっていること、大きさが等しいことをあげた。注意しなければならない点として気づいたことをすべて書かせることが重要である。例えば、図形が円であるということは当たり前すぎて言わなかったという班もあった。そこで、どんなに当たり前だというような細かい条件でも見つけたら書くように伝えた。変える条件が1つであることは、問題の構造を把握するために必要なことである。条件を変更することで元の問題の結果が変わる、もしくは変わらないということが起こる。1つであればその結果の変化が変更した箇所によって起こったことがわかるが、2つ以上変えるとどの条件がその結果を起こしたのかわからなくなるからである。

#### 5.4 数人のグループで行わせること

今回の「研究ⅡA」では3人を1つのグループにして行った。グループで活動をさせたねらいは次の3点である。

1. 困難な問題に対するモチベーションをたもつ。
2. 問題設定や解決に対して、より多くの視点を持たせる。
3. 作業を分担させることで、限られた時間をより効率よく使わせる。

グループにするねらいの1点目と2点目に関しては生徒たちが実感していた。しかし、3点目の作業の分担が行われることはなかった。例えば、3人で同じ1つの探究を進めるのではなく、3人が別々に進め一番成果が出そうな問題を全員で進めることや、解決の糸口がつかめたら1人に任せて残りで別の探究を進めるなどの効率化が行われることはなかった。

これには2点の理由が考えられる。1点目は、そもそもそのようなグループの活動を行ったことがない。つまり、グループの有用性としてそのような点を確認したことがないということである。2点目は、題材が条件変更をしにくかったという点。これは、原問題を条件変更してできた問題は大体うまく解けないという難しさに気づきモチベーションが上がらなかったということである。

#### 6. 授業実践後の考察から見える授業改善案

本実践を行って見えた理数探究の授業の在り方について次の6点から提言を行う。

##### 6.1 ミニ研究の時間のあり方

コース分けを行い、コース別でそれぞれ探究活動を行う前に、問題集や教科書の章末問題を使い、「ミニ研究」と題し、探究活動の予行的な位置づけで3~4回活動を行った。しかし、後の本来の活動を考えると、この「ミニ研究」の時間は有意義な時間であったのか疑問に思う。「ミニ研究」の時間は、次のコース別の探究活動をスム

ズに行うための予備活動としての位置付けであった。「ミニ研究」の発表を聞きに行った際、その内容のほとんどは調べ学習であった。トピックにある命題の証明方法を調べて説明する班や、その歴史を調べて説明する班等がほとんどであった。また、その内容も自分たちで決めたのではなく、教科書などに「調べてみよう」や、「証明してみよう」というような与えられた問いを解決するのみで、次なる問いへは至っていなかった。そのため、この「ミニ研究」の時間は生徒にとってつながりのある活動であったとは言い難い。

数学的プロセスにしても中学校学習指導要領解説数学編の問題解決の過程でも、その活動はサイクルとして回っている。「ミニ研究」を見てみると、課題は与えられ、解決方法としては、調べてその成果を説明するという1周のプロセスしか体験ができていない。普段の授業の中でも分かったことをさらに探究するという活動は珍しく、新しい問題の設定などには慣れていないのが現状だろう。1つの問題を解き、新しい問題を設定し、さらに解くというサイクルとしての問題解決を「ミニ研究」として体験させる必要があるのではないかと考える。

##### 6.2 一次収束の仕方

今回の探究活動では最初の問題はすべての班が共通して解くこととなった。しかし、この問題にかなりの時間(全7時)かかってしまい、生徒が作る問題について探究をする時間が短くなってしまった。原因としては、すべての班が独自の答えを出すまで待っていたこと、1つの班は完璧に近い答えを出すまで待っていたこと、生徒だけの力で問題解決させていたことなどがあげられる。生徒だけの力で理想の問題解決を行えないと判断し、すべての班が行った実験等をつなぎ合わせながら共通認識として1問目の答えを共有する形をとった。この1問目を終える時間をどれだけ早く終わらせられるかが、その後のそれぞれの探究をより深くするカギになる。そのためにも、それぞれの班が問題解決の過程のどの位置にいるのかを毎回把握しておく必要がある。また、それぞれの班が別々に実験を行っており、交流をさせていなかった。1時間の終わりの2分ほどでも、研究の方法や、ねらい等を全体に向かって話し、聞く時間を設けていれば、研究がもう少し促進したのではないかと思う。

##### 6.3 各活動の振り返り

探究活動に入り、毎回の活動で本時行ったこと、次回行うこと、わからないことの3点を感想程度に活動の最後に簡単に記入させた。しかし、どのグループも各項目に一言ずつ程度しか書かれておらず、次の活動につながる振り返りはなかった。また、その振り返りを活用して、探究活動を行っている姿も見られなかった。これらのことからわかるように意味のある振り返りではなかった。

意味のある振り返りにするためには、項目をしっかりと

考え、書かせる必要があった。活動計画を立てさせたことからその計画を見ながら見通しを立てさせたり、数学的プロセスのどの位置の活動を本時で行ったのか見たりといった振り返りを行うべきであった。また、次の時間の始めに、前回の振り返りを見て、本時の活動内容を決定したり、どこまで活動を進めるか決めたりする必要がある。そうすることで、継続的な活動であることを実感することができるのではないか。

さらに、振り返りを書く時間をしっかりと確保する必要もあった。今回は、活動の時間の最後2,3分で書かせていた。しかし、これでは上記のような項目を与えたところで書く時間がなければ変わらないであろう。せめて5分程度の時間を確保し、しっかり書かせることは重要である。このことを継続することで、中間発表のまとめをスムーズに書くことができるのではないか。

#### 6.4 中間発表2のあり方

全探究活動が2016年12月の初旬に終了するが、その後、物理コースや化学コースなど他教科のコースと合同で中間発表を行う。中間発表では、A3のコピー用紙に探究活動をまとめ、発表を行う。理想としては、中間発表でもらった意見を参考に探究活動を再開させることである。しかし、実際には中間発表後の活動は論文作成と最終発表のポスター作成の2つの活動が主である。中間発表での質問等を参考に探究活動を再度考え直す時間はなく、最終発表は中間発表と内容は変わらない。探究活動の中間に位置しているため中間発表という意味でしかないように感じられ、探究活動をよりよい活動にするものではなかった。

論文作成やポスター作成の時間を削ることができないことはわかる。そこで、せめて中間発表でもらった質問をその時間内にまとめる時間や、論文作成等に入る前に中間発表を振り返る時間を設ける必要があったのではないか。そうすることで、最終発表の内容と中間発表の内容にちがいが生まれ、よりよい探究活動を行うことができるにちがいない。

#### 6.5 論文、ポスターへのまとめさせ方

研究成果を論文とポスターにまとめる作業をさせている。生徒にとって論文をまとめるという作業はおそらく初めてで、大変時間がかかるものである。ポスターよりも論文のほうが提出日が早いですが、パソコンに慣れていないことも相まってすべての班が遅れ気味になってしまった。このため、当初は論文をチーム内外で査読しあうことを予定していたがそのような時間は全く取れなかった。このことの解決策として2つ提案する。1点目は、書き始める前に全体の構成を立てさせることを徹底することである。構成に関しては探究活動を通して何度も伝え、論文を書く前にも伝えた。しかし、書き始める様子を見ると全体の構成を想定せずに思い立った順に書いて

いる様子が見られた。パソコンを与える前に書く内容の構成を考えてから論文を書かせることが必要だったと考える。

もう1つは論文を2人で書かせるということである。パソコンで文字を打つ役割と、文章を考える役割の2人組で論文を書かせることでより早く仕上げることができるのではないかと考える。

#### 6.6 教科横断型の教材について

本実践では理数探究を行う課題としてtwo-circle-rollerを扱った。この課題は、一見どんな数学が使われているのかわからないことや、重心や運動という物理の要素を含んでいることで生徒に様々な揺さぶりをかけることができた。例えば、実践では「数学研究なのだから数学を使わなければ」という生徒もいたが、問題を解く過程は数学だけを使って解いているわけではないことに気づいた。また、探究活動中に物理の教科書を開き、重心についての理解を深めるといった場面も見られた。

課題として、教科横断型の教材を扱う場合、数学科の教員だけではなく理科の教員とも協働し活動を構成する必要があると次の3点から考えた。

1点目は、本実践で、数学を用いた問題の解き方は本稿の3.4で示したように考えることができるが、物理を用いた問題解決や理科独特の問題解決の仕方等を指導できなかった。

2点目は、問題を設定する際にも数学的な見方、考え方を指し導したが、理科ではどのような見方、考え方で問題を捉えなおし問題を設定するのかという点も指導できなかった。

3点目は、生徒の考案した実験方法や考察が数学から見たときの見え方と理科から見た見え方を合わせながら今回の活動の方針を決めることで、より生徒の活動状況に沿った探究活動を行わせることができる。

本稿の2.1にあるように教科横断型の学習過程には、現象を観察するとき、問題を設定するとき、問題を解決するときなど様々な場面で数学と理科を総合的、融合的に見る必要がある。

#### 参考・引用文献

文部科学省 (2017) 中学校学習指導要領解説数学編

<[http://www.mext.go.jp/component/a\\_menu/education/micro\\_detail/\\_icsFiles/afildfile/2017/07/25/1387018\\_4\\_1.pdf](http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/_icsFiles/afildfile/2017/07/25/1387018_4_1.pdf)>2017年8月31日アクセス

NCTM (1980), An Agenda for Action

<[http://www.mathcurriculumcenter.org/PDFS/CCM/originals/agenda4action\\_report.pdf](http://www.mathcurriculumcenter.org/PDFS/CCM/originals/agenda4action_report.pdf)>2017年8月30日アクセス

日本数学教育学会 (2010), 数学教育学研究ハンドブック, 東洋館出版社

George Polya (1945), How to Solve It A New Aspect

of Mathematical Method, Princeton University Press  
 柿内賢信 訳 (1954), いかにして問題をとくか, 丸善出版

Hans Freudenthal (1973), Mathematics as an Educational Task, D Reidel Publishing Company

国立教育政策研究所 (2013), 生きるための知識と技能: OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) 2012 年調査 国際結果報告書, 明石出版

中央教育審議会答申 (2014), 初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について (諮問), 文部科学省

三輪辰郎 (1983), 「数学教育におけるモデル化についての一考察」, 筑波数学教育研究, 第2号, pp.117-125

村松俊夫 (1992), 平面上を回転する立体造形, 図学研究, pp.15-20

村松俊夫 (2010), 「Two-Circle-Roller」の構造を用いた動く立体造形のヴァリエーション—正円を弧成楕円に代えた「Two Ellipse Roller」の制作—, 図学研究 <[https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsjgs1967/41/Supplement1/41\\_Supplement1\\_37/\\_pdf](https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsjgs1967/41/Supplement1/41_Supplement1_37/_pdf)> 2017 年8月26日アクセス

文部科学省 (2010), 総合科学技術会議に対する諮問第11号「科学技術に関する基本政策について」

文部科学省 (2016), 幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校および特別支援学校の学習指導要領等の改善および必要な方策等について (答申) (中教審大197号) <[http://www.mext.go.jp/a\\_menu/shotou/new-cs/news/20080117.pdf](http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/news/20080117.pdf)>2016 年7月23日アクセス

Stephen I. Brown, Marion I. Walter (1983), The Art of Problem Posing, Franklin Institute Press

平林一榮監訳 (1990), いかにして問題をつくるか—問題設定の技術—, 東洋館出版社

### (謝辞)

本実践に際して, 授業支援の機会をいただいた福井県立藤島高等学校に感謝申し上げます。特に「研究ⅡA」をご担当の数学科の先生方からは, 実際の現場で多くのこと学ぶことができました。グループ担当の生田万紀子先生からは, 毎回の活動で私たちの至らない部分について指導・助言いただきました。特に, 生徒の感情面や授業の進度等を客観的に把握していただいたことにより, 今回の実践を進め, 本稿をまとめることができました。また, 約9カ月の間, この「two-circle-roller」のコースで探究を進めた生徒の皆さんにも感謝しております。(南・田嶋)

### (資料)

ここでは生徒の活動を記録したものを要約して掲載する。

5月2日(月) 15時10分～16時00分

生徒1人ひとりが先輩のレポートをもとに「タイトル, 初めに, 内容, まとめ」の順に書いていた。時に個人で, 時にグループで話し合いながら自分のレポートを書き進めていった。中には書けない生徒もいた。その生徒は問題を解いただけで何をしたのか, どんなことに取り組んでいたのかは考えていなかったのではないかと考え, どんな問題を解いたのか, その背景などを質問しながら生徒自身にまとめさせるようにした。それでもなかなか書き出すことができなかった。レポートを書く目的や問題を解いた理由がつかめていなかった状態で問題を解いていたのかもしれない。

グループによってレポートの構成が違い「解いた問題の説明, 解き方, 条件変更した結果と解き方, わかったこと」という構成にしているところや「問題の説明, 解き方, わかったこと」という構成にしているグループもあった。後者の場合はわかったことを書くときに困っていた傾向があったように感じる。結局何がわかったのかわからないといった生徒の発言もあった。答えを出すことを重視する授業は多くあるが, 解いた後に何がわかったのかと問う授業は少ないのではないのだろうか。

5月30日(月) 6時間目 (14:10～15:00)

以前に一度探究発表を見たときに, 様々な様子を見ることができた。例えば, 開平法を探究した生徒の発表は開平のやり方について一生懸命説明し, 聞いている生徒がわかりにくい場所については時間をかけて丁寧に発表していた。しかし, 開平のやり方についての発表で終わった。質問でこの後どんなことを探究していきたいかや, 今後の展望について聞いてみたがあまり先は見えないようであった。この様子はほかの生徒にも当てはまり, やり方を調べ理解するまでは至っているが, この後何を探究していくのか, 何がわかったのか, わからなかったのかということが分かっていなかった。

研究ⅡAの数学コース内でのコース決めを行った。院生として2つのコースの提案を行った。1つは現実の事象を数学化するもの, もう1つは数学を発展させるコースである。現実の事象を数学化するものではtwo-circle-rollerを題材としたものを, 数学を発展させるものでは条件変更や推論を題材としたものを提案した。

現実の事象を数学化するものでは, ミニ探究で行ったポーカーの確率を例に説明を行った。しかし, あまりピンときている感じはなく, なにかほかのものを例にしたほうがわかりやすかったのではないかと感じた。その理由として, ポーカーの例では, 数学化を行っていると感じにくかったのではと思う。

また, 数学を発展させるものでは, 開平法を例に説明を行った。条件変更の仕方についても重なる2円の性質を例に説明を行った。この例についても生徒はピンときていなかったようであった。ピンときていなかったとい

うよりも当たり前じゃないかといった表情のようにも見えた。おそらく高校生が思っている条件変更と私たちが思っている条件変更はちがうのではないかと感じた。高校生が思っている条件変更は、変更して解決できればいいという感じで、もとの問題と条件を変更したことによって何が変わったなどの省察はないということが私たちとちがうとミニ探究のときに感じた。

他の先生方のプレゼンは、短時間であったが生徒の興味・関心を引き寄せるものでとても参考になった。また、説明の仕方、話し方などまだまだ劣っている部分が多くあると感じた。

6月6日(月)6時間目(14:10～15:00)

この時間から探究の時間がはじまった。予定よりも探究する時間が多くあり、中間発表までの時間で実験を行い、two-circle-rollerの不思議に触れさせた。予備実験1では、各グループに何も助言なしで自由にtwo-circle-rollerを作ってもらった。

自由に作らせたが、さまざまな工夫を行い実験を行っていた。ある班は半径をすべて同じに切れ込みの長さを変えたり、半径の長さも切れ込みの長さも変えたりとさまざまに実験を行っていた。中にはtwo-circle-rollerを作った後に、独自の切れ込みを入れ新しいものを作っていた生徒もいた。例えば二つの円で作るのを三つの円で作る生徒や、円で作るのを、楕円やルーローの三角形や四角形ではどうなるのかと試している生徒もいた。現段階で何が転がることのポイントであると考えているか聞くために、うまく転がっているものとあまり転がっていないものをさして「どういった違いがあって転がるんやと思う?」と聞くと、「切れ込みの長さで変わってくる」という風に答えてくれた。ここで「切れ込みの長さでなにが変わるのかな?」とも聞いたが困った顔で考え込んでしまった。少し聞くのはいろいろと試した後にすべきだったとも思う。すべての班で切れ込みの長さがポイントであることをつかんでいた。また、円以外の形をくっつけてrollerを作っているグループや円を3個、4個と増やし転がるか実験しているものグループも見られた。しかし、コース決めの時に実際にtwo-circle-rollerを見せたときに机を斜めに傾けて見せたことで、実験の際にどのグループも机を斜めに傾けて行っていたため理論的に正しくないtwo-circle-rollerでも転がることになってしまった。そのため、少し様子を見て、two-circle-rollerの特徴でもある「スムーズに転がる」とは空気抵抗がなければ永久に転がり続けるという意味であることを改めて伝え、机を傾けて転がっても必ずしも正しいものであるとは限らないことを説明した。さらに、平坦なところで転がるものが正確なtwo-circle-rollerであることも同時に伝え、さらに実験を行わせた。

反省として、two-circle-rollerをつくるための台紙の数が少なく、充実した実験を行うことができなかつたこ

とである。そのために、半径を変えたり、切れ込みを変えたりすることができていなかった。次回には多くの台紙を用意し、またハサミなど生徒に用意させるものもしっかり伝えなければならない。

6月13日(月)6時間目(14:10～15:00)

探究活動の一番苦しい時期が来たと感じた。two-circle-rollerが転がるという現実を数学の世界に落とし込み、数学の課題にするということを生徒にさせたいが、なかなか難しい様子だった。生徒の中では数学の課題として、「切れ込みの長さは何cm」「円の半径と切れ込みの長さの比」になっているようだ。これは、半径と転がる切れ込みの長さを表にしてまとめていたり、転がった時の比を計算したりしていることから読み取った。そして、「なぜ転がるのか」ではなく「転がる切れ込みは何cmか」という課題になっているようだった。というのも、いきなり三つの円の時どうなるのか、円以外の形だとどうなるのかを考えている班が二つあったからだ。そこで作ったものを「すごいものを作ったね」と認め「これは転がりそう?」と聞き「二つの時に転がる理由がわかればこれも転がすことができるかもね」と原問題に戻るようにした。また、生徒にうまく転がるものと、転がらないものを分類し、転がる要因を探るようにした。しかし、生徒たちは進展があったとは思っていなかったようだ。生徒たちにとって「切れ込みの長さを変える→転がるか転がらないかが決まる」となっているので分類しても切れ込みの長さ以上のものができることはないのが普通だったのかもしれない。また、こちらの意図として重心を出してほしいという願いがあるが、生徒にとって重心は突拍子もない場所にあるもので、どうやってそこに焦点を当てさせるのかとても難しいと感じた。生徒たちの探究を大切にするという方針で、生徒たちがやっている方法を無駄にしないように誘導できる方法を考えていきたい。そのため、生徒たちは試行錯誤によって、切れ込みの長さや、比を出そうと頑張っている中で、その長さや比を計算で出すためにはどうしたらよいかという発問をしたり、こちらである程度誘導するために、転がるもの(円柱、球)と転がらないもの(角柱など)を転がす実演をして、そのなかで共通点、相違点を見つけ、two-circle-rollerならどうかと発問したりすることが考えられる。生徒はこれまでにモデル化を行うことを経験したことがないと思うので、身近なものでモデル化を経験させることが必要であると考えた。しかし、実験で帰納的に考えているだけで、モデル化を行い、数理を説明するところにはほど遠いと感じた。どのようにしたらモデル化を自身で行い、解決することができるようになるのか。まずは、探究の流れは、どのグループも実験を主に行うようなので、いつのタイミングでモデル化を行う例を示すのが探究としていいのかと悩んでいる。そのタイミングをもデザインしなければならない。

6月20日(月)6時間目(14:10~15:00)

次回の発表会の準備もかねて今後の研究計画立てを行った。研究計画についてどのようなものかわかっていないようであったため、授業者である田嶋の卒業論文の第1節や研究計画を使いながら説明を行った。各班の研究計画を項目(選択理由, 研究の目的, 方法, 計画)にそって書いてもらうことにした。そこでは, 研究の目的・方法の大切さを感じてもらい, 計画立てを行った。Aグループは, 実験の際に円以外での two-circle-roller を作っていたので, ほかの図形でもできるのかをテーマに, Bグループは, きれいに転がる two-circle-roller を探る, Cグループは, きれいに転がるとはどういうことかを two-circle-roller をもとに考える, Dグループは, two-circle-roller の円の数を増やしても転がるのかを探る, というようにテーマ設定を行った。また, 方法として, どのグループも仮実験をもとに, 切れ込みの長さ, 半径の長さ, 切れ込みの長さとの割合について探っていった。数理化プロセスを実感してもらうためには, まずは現実事象を数理化・モデル化しなければならない。しかし, 高校生にとってモデル化することはとても難しいことであると感じ, さらにそれを教えることも難しいと感じた。直接モデル化したものを教えることは簡単であるが, 高校生が自分の力でモデル化できるようになるためにはどのようにしたらいいのかは今後の課題であり, 日々の授業のなかで扱うことができると感じた。1つの班だけあまり進まない班があったので特に注意してみることにした。すぐに違う話をし始めるため1つ1つの項目について対話するように書かせていった。考えとしては柔軟なものがある, 円以外の四角形などで転がせるようにしたいというような考えができる生徒たちだった。しかし, 自分たちでなかなか探究を進められない様子だった。探究活動として, 自分たちの思うように実験などが行える半面, 見通しがもてずどうすればよいのかまったくわからないという状況が生まれることもあるということである。

7月14日(木)3,4時間目(10:40~12:30)

今回の活動は, 中間報告会と夏休み明けからの計画立てを2時間かけて行った。前回の発表準備から期間が2週間ほどあいたため発表会に移るまえに発表内容の確認を各グループで行った。

発表では, two-circle-roller のチーム, ビュフォンの針のチーム, 虚数解の視覚化のチーム, 自由研究のチームの4チームの各1グループずつで順番に発表を行った。発表内容として, 主に9月からの探究をどのように進めていくかについて発表を行った。どのグループも9月からの手順などは発表していたが, 結果に対する予想や方法があまりなかったように感じた。

今後の計画立てでは, 発表会での質疑応答をもとにそれぞれの研究計画の見直しを行った。どのグループも実

験をもとに研究を進める計画を立てていた。しかし, 発表会において「数学的要素はどこにあるのですか」「計算などを用いて求めないのですか」の質問があった。実験を行っていくうちに, このあたりかなと気づいたときにヒントとして計算して出したらと助言しようと考えていたが, どのグループからも計算でどのようにしたら求めることができるのですかと質問が出てきた。とりえず計画通りに実験を行い, ある程度めどがたつたところでモデル化を行い, 計算で求めたらと提案をした。9月初めの探究の時間に全体でモデル化についての講義を行うこともひとつではないかと考えた。予備実験の時にも感じていたが, 数理化・モデル化をすることはとても難しいことであると改めて感じた。

10月4日(月)6時間目(15:10~16:00)

A班は, 前回の探究の時間に重心の位置がずっと変わらなければスムーズに転がる two-circle-roller になるのではないかと仮説を立てていた。それは, Aくんの「重心の床からの高さが常に一定であればいい」という発言から, two-circle-roller を図に書き, 重心の計算を始めた。このことから, 現実の事象(two-circle-roller)を捉え, 図に定式化し, 計算で処理しようとしている姿が見られた。さらに, Bくんの「本当に床からの重心の高さが一定でいいのか」という疑問を口にし, 計算する子とAくんの仮説を実証しようとする子の二手に分かれて探究活動を途中から行っていた。しかし, Aくんの仮説をどのように実証できるのかというところで困っていた。そこで, 「two-circle-roller に限らず, 身の周りにあるスムーズに転がるものを観察してみたら」と助言したところ, 転がるもの(廊下にあったバスケットボール)と転がらないもの(消しゴム)を転がし, 観察をしていた。Bくんから「写真か映像で撮ってみたいらしいのに」と発言があった。生田先生に頼み, デジカメでその様子を撮影した。「本当に一定なのかよくわからないな」といったが, 時間がなく探究はここで終わってしまった。

D班は, 実験でよく転がる two-circle-roller を1つ作り, それをもとに半径と中心間の距離との比率を出していた。実験により, 半径と中心間距離との比率を5:3としていた。半径を変えても(4, 5, 6cm)同じ比率の時にスムーズに転がったことから, この比率が two-circle-roller がスムーズに転がる比率とした。その比率をもとに3つつながったときはどうかと実験を行った。同じ半径(4cm)が3つつながったもので実験を行ったが転がらなかった。「同じ半径どうしだけではなく, ちがう半径との組み合わせではどうか」という発言から, 大(6cm), 中(5cm), 小(4cm)と分けてその組み合わせを考えて, 時間となってしまった。

10月24日(月)6時間目(14:10~15:00)

ここまで1~4回の探究の活動は, 実際に two-circle-

rollerを作り、実験を行ってきた。しかし、two-circle-rollerをモデル化し、数学的に解決するまでには至ってなかった。前回までの実験で結果に近づいていたグループがあった。どのグループも一番の目的に、two-circle-rollerの仕組みを調べることがあった。このことがわからなければこれからの探究の活動に進展は見られないことは明らかであった。実際、実験を4時間分行ったが探究が停滞していた。そこで、本時の活動は、教師側が主導して、数学的プロセスに沿った問題解決を行い、two-circle-rollerの仕組みをどのグループも共通で認識し、その考え方をういて今後の探究の活動につなげることにした。

今回の活動において、これまで学校数学のなかで行ったことが少ないモデル化に重点をおいて学習を進めた。モデル化に関しては、two-circle-rollerの運動のある局面とある局面に分け、解決することを教師主導で生徒と合意形成しながら行った。これまでは実験で理科的な見方からtwo-circle-rollerの仕組みについてみてきたが、今回の活動から数学的な見方・考え方をもとに解決することができるような観点を得ることができた。

前半でモデル化を教師主導で行い、後半はそれぞれの探究の目的をこのモデル化の考え方をういて次の活動からどのように解決していけばいいかについて考えさせた。Aグループは円だけでなく半円でもできるのではと考えたが転がらなかったため、転がるための形の条件を探り始めた。

Bグループは左右が対称の図形でなければ転がらないと考えた。しかし、重心をうまく求めることができなかったため、円ではなく、穴の開いた円でもできるのかという問題を作った。

11月14日(月)6時間目(14:10～15:00)

残りの探究の活動は本日を合わせて3回である。しかし、10回目の活動では、活動のまとめをしなければいけないことから、残り2回で探究活動を終えなければならない。6,7回目のときから、生徒たちには「残りの活動回数は〇回であるので、見直しをもって活動を行うように」とは伝えながら、支援を行ってきた。しかし、あまり進んでないグループが2つ(C・D)あり、大学院生2人が1時間そのグループに分かれてつき、活動を支援することをこの日の活動では行った。

Cグループは条件変更によって新しい問題ができていた。それは、円ではなく多角形ではどうかというものであった。しかし、三角形、四角形、では作ってもうまくいかなかった。角を増やし十二角形でもうまくいかず、やる気がそがれていっているように感じた。多角形では難しいと悟り、多角形ではなく、円により近い楕円、ルーローの三角形ではどうか考えた。3人で、形を作る係、考察する係に分かれて作業させた。Dグループは活動が進んでいないわけではなかった。Dグループの探究の目

的は、two-circle-rollerにおいて条件変更をし、半径のちがう円では実験上、転がらなかったが、それを数学において証明することであった。半径がちがうもの( $r_1 \neq r_2$ )同士のtwo-circle-rollerの一般化を行うことができていた。しかし、その一般化があっているかどうか不安であると止まっていた。そこで、「 $r_1 = r_2$ のときを代入して、結果を比較してあていれば一般化の結果が正しいとして、考えるといい」と助言した。結果として、半径が同じときの結果と等しくなった。次に、どう証明するかについてともに考えた。しかし、さまざまな方法を試したがこの時間では証明することができず、次回までに少し考えておくと伝え、この時間の探究が終わった。

11月21日(月)6時間目(15:10～16:00)

探究も最終段階に入り、研究を終えそうなグループは中間発表に向けてまとめに入ったグループもあった。しかし、Dグループがまとめられるほど進んではいなかった。そこで、前回に引き続きDグループに院生がついて、活動を支援した。

前回の活動で、一般化した式が $r_1 = r_2$ の結果を用いて正しいことを見いだした。今回の活動は、前回にできなかった半径がちがうときの証明であった。一般化の式には、変数が3つあり、証明が難しいことに学生自ら気づいた。そこで、具体的な変数をおいて考えてみることを行った。そこで用いた変数は1つの半径がもう片方の半径の4倍になる( $r_1 = 4r_2$ )とき、証明するように助言した。結果として、 $r_1$ が負の数になるという結果が得られた。したがって、すべての場合においては証明できてないが、1つの変数の値において証明できた。この時間はこの証明で時間は終わってしまった。一般の変数の値に対しては、今後の展望としてまとめるとした。

11月28日(月)6時間目(14:10～15:00)

ほとんどのグループが研究を終え、中間発表会に向けてまとめを行った。中間発表ということもあり、数学以外のグループとも交流する場になるので、他者にどんな探究の活動を行っていたのかをわかりやすく伝えることを意識させた。さらに、中間発表後の論文作成やポスター作りも視野に入れながらまとめを行った。いきなりまとめを行うことは難しいと考え、6つの項目を学生たちに書かせた。それらは、はじめに、研究の目的、研究の方法、研究の内容、考察(わかったこと)、今後の研究の6項目でこれまでの探究の活動のまとめを行った。

研究の目的や方法に関しては、活動に入る前にそれぞれのグループに考えさせたこともあり、まとめやすいようであった。Cグループは、活動中に当初の予定と異なる探究も行ったので、その点苦労していた。

研究の内容に関しては、いきなりまとめ始めるのではなく、箇条書きでこれまでの活動を振り返ることと同時に、本研究の結果からまとめさせ、それから研究の内容

をまとめさせた。本研究において一番伝えたいことが考察に書かれるため、そのことから研究の内容をまとめやすいことも伝えながら、まとめを行った。

12月12日(月)6時間目(14:10～15:00)

第10回目の活動でほとんどのグループが活動を終え、まとめを行い、準備が終わりそうであった。次の中間発表会にいきなり発表だと、もっと説明が必要な点など本番で出てくると大変であると考え、はじめ10分間をまとめる時間に取り、残りの時間はミニ発表会と題し、同じ内容の研究を行ったもの同士で発表会を行った。同じ研究を行っているからこそ見えてくることを共有し合うこと、実際に発表してみて説明をより詳しくしなければいけないところを表出させることを、ミニ発表会を行う目的として位置づけた。さらに、発表会をして終わりではなく、その時間内にあるいは本番の発表会までに改定させた。

実際、発表会を行って、お互いにアドバイスし合う姿が見られた。同じグループであるからこそ見えることもあったのであろう、有意義な時間になったようであった。私たち大学院生であっても発表するにあたり練習する必要がある。高校生である生徒たちはなおさら当然である。また、そのデザインを教師として、活動に設ける必要もあることがこの活動からもわかる。

1月23日(月)6時間目(14:10～15:00)

1月からの探究の活動は2月の最終発表会にむけて、ポスターと論文の作成が行われる。3人が分担してこの2つの作成に取り掛からないといけないために、まずは役割分担を行うことにした。さらに、論文作成はパソコン室での活動、ポスター作成は教室での作成となること、また自分たちが行ってきたすべてをまとめることは難しいと予想したため、作成に取り掛かる前にどの内容

に絞って発表を進めていくかについて話し合わせた。

ある程度発表の内容が決まったところで論文組とポスター組とわかれて活動を進めることとなった。しかし、パソコンを使える教室の関係で、自分たちのグループだけでなく、ほかのグループも混ざった部屋で活動することになった。そのため、場所の確保が難しく生徒たちも思ったようには作業ができなかった。

こうして、この時間は発表内容を絞ることと論文とポスターの作成に取り掛かる活動であったが、ばたばたしていることもあり、作成に取り掛かれているグループは少なかった。また、準備期間も短い時間無駄遣いにならないように気をつけなければならない。

1月30日(月)6時間目(15:10～16:00)

論文作成を行う生徒たちに関しては、全体の探究の活動に入る前に目的や方法、内容など細かに計画を決め、活動を行ったので書けそうな雰囲気であった。しかし“はじめに”のところは何を書けばいいのすべてのグループが悩んでいる様子であった。そこで、本論にそれぞれのグループの研究の特色を出してもらいたいという思いのもと、“はじめに”には「two-circle-roller とはなにか」を具体的に示すことを助言した。どのグループも納得しており、論文執筆を行った。現代っ子であるから、パソコンを打つことは慣れているものだと思っていたが、どの子も慣れていない様子でとても時間がかかりそうな感じであった。

ポスター作成を行う生徒たちに関しては、去年のポスター発表がそうであったためらしいが、ポスターをめぐって発表するスタイルをとると決めていた。ポスターは1枚でその中でいかに自分たちの発表を表現するかが必要なものであると思っていたので、そこにずれがあった。ポスターを1枚で収めることも重要な力であると思うので、違和感を覚えた。

**A Trial of Science and Mathematics Inquiry in Super Science High School,  
—condition change of two-circle-roller—**

Yoshikuni MINAMI, Shota TAJIMA, Hiroshi KAZAMA

**Keywords** : science and mathematics inquiry, mathematics education, mathematical process, two-circle-roller, condition change