

図や式と関連づけて考えを相手に分かりやすく：
説明する力を伸ばす算数科授業

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2016-04-18 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 近江, 久幸, 五十嵐, 洋行, 風間, 寛司 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10098/9941

図や式と関連づけて考えを相手に分かりやすく 説明する力を伸ばす算数科授業

福井大学教育地域科学部附属小学校 近江 久幸
福井大学教育地域科学部附属小学校 五十嵐 洋行
福井大学大学院教育学研究科 風間 寛司

本研究は、福井大学教育地域科学部附属小学校算数科において、研究主題「聴き合い、つながり合って、学びを深める」のもと、図や式と関連づけて考えを相手に分かりやすく説明する力を育成する算数科授業を探索している。それらの実践の中から、小学校第4学年の領域D「数量関係」における単元「変わり方」と小学校第6学年の領域D「数量関係」における単元「比例と反比例」の2つの実践例について検討し、その成果と課題を示すと共に、系統性を明確にするための接続類型と小一中接続を見据えた後続発展事項としての中学校数学における領域C「関数」への接続を展望する。

キーワード：算数科教育，説明力，算数的活動，小中連携

1. はじめに

本学教育地域科学部附属小学校の研究主題、「聴き合い、つながり合って、学びを深める授業をつくる」のもと、算数科では次の2点の能力の育成を目指して授業を構想し、研究的に実践を行っている。

①図や式などを関連づけて考えを相手に分かりやすく説明する。すなわち算数的な表現を活用し、自分の言葉で表現する力の向上

②自己を振り返る能力の育成

まず、①については、説明することを苦手や不得意としている実態が見受けられた。そこで、ノートやワークシートに自分の考えを記し、ペアやグループで一人一人が話す場面を設定した。さらに、視聴覚機器を活用して考えを共有し、視覚的理解を図りながら説明を行っていく場を意識的に取り入れていった。

次に、②については、1時間ごとに学習の振り返りを行った。この活動のねらいは、個人の変容を見取ることにある。授業中に発言していない子供の思考や他者の考えを聴いて変化したことを振り返りの中に見出したいと考えている。また、書いたものを教室に掲示したり、次時の授業の最初に発表や紹介したりすることで、他者へも発信していきたい。

なお、文中の子供の名前はすべて仮名である。

2. 実践例1 小学校第4学年 単元「変わり方」

2.1 能力の育成について

算数を学習していく際に、日常生活と関連して考えていくことは大切である。日常生活と関連しているからこそ具体的にいろいろなことを考えていくことができる。

子供たちの算数の授業の様子を見ていると、問題に対して意欲的に取り組んでいる子供が多い。わり算の筆算

をしたり、何倍でしようの答えを求めたりするという問題は、できるだけ速く解きたいと考えている子供も多い。そのために、なぜわり算の筆算は十の位の上に商をたてるのか、なぜ2倍の3倍は6倍と考えるのかを考えるよりも先に、答えを導いてしまう。問題の解き方を形式的に理解し、「なぜ」というところに着目できていないと感じている。

そこで、今回の実践では、変わり方をとらえる手段として、表、式、グラフの3種類を学んでいく。ややもすると、早く答えを出すために、式だけを使って問題解決を目指してしまうことも予想できた。そのため、それぞれのよさを実感的にとらえられると、表から式、表からグラフなど、それぞれを往復させることができると考えた。また、一方が1ずつ増えると、もう一方が0ずつ増えるのはなぜかということを考えさせていく。表からわかることは、あくまでも表で表した部分であり、すべての場合の一般化とはいえない。同様にグラフや式もそうであると考えられる。したがって、なぜ0ずつ増えるのかということを図の中から導き出すことで、一般化ができると考えた。これにより、子供たちに「なぜ」ということを考える意識を付けられるのではないかと考えた。

また、ノートには常に自分の考えを書いていくようにした。単に処理ができればよいというのではなく、「なぜ」や「なるほど」ということを感じてほしいので、授業の振り返りだけでなく、初めの考え、友達の意見に対する考えを書いていくことにする。同じような考え方や、思いつかなかった考え方などから、自分がどのように変容したかを感じとることができると考えた。

2.2 授業の実際

2.2.1 表に表し、表のよさを知る（第2時）

第1時で折れ線グラフの復習をした後、第2時では、表のよさを実感できることをめあてにした授業を行った。18本の棒を使って長方形を作るときの縦の本数と横の本数の関係について調べた。実際に子供たちに棒を与え、自由に長方形を作らせた。本数が合わずなかなか作ることができない子供もいたが、何回か動かしていく中で、長方形を全員が作ることができた。作ることのできるすべての場合を発表し、縦と横の本数を短冊で表し、「きまり」を考えたところ、次のような意見が出てきた。

- ・縦と横をたすと9になる。
- ・そのたした数に2をかけると、元の本数になる。
- ・縦と横のどちらかが長くなる。
- ・縦と横の差は2で割り切れない。

その中で、「並べ替えてみると、縦の本数が増えると、横の本数が減る。」という意見が出てきた。それまで、子供たちは短冊を縦に見てきまりを見つけていたが、並び替



図1 短冊を並べ替えている様子

えることによって、横にも見て関係を見つけることができるようになった。話を聞いた子供たちの反応は、あまりなかった。しかし、実際に並び替えてもらうと、「あー、わかりやすい」と口々にし、表のよさを実感した。以下が子供たちの振り返りである。

- ・並び替えるという意見が出ました。最初は並び替えても意味がないと思っていたけど、実際に見てみると、とても良い考えだと思いました。
- ・表に表すと、今まで気付かなかったことが詳しくわかりました。

次に、縦と横の本数をたすと9本になるのだろうということ考えた。単元を通して、「なぜこんな関係があるのだろう」ということをテーマとしているためである。個人で考えた後に、ペアで話し合い、全体で交流した。このような図形を用いた発表は、言葉だけで伝えることは難しいが、タブレット端末を利用し、スクリーンに映し出しながら説明をしたことで、子供たちは納得することができた。

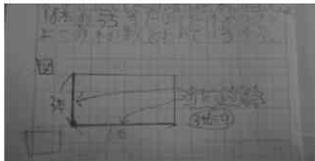


図2



図3

2.2.2 表から、2つの数量の関係を見つけ式で表し、式のよさを知る（第3時）

第3時では、前時に作った長方形の縦と横の本数の関係を式で表した。縦と横の本数をたすと9になる → 縦+横=9 → $\bigcirc + \triangle = 9$ という形で式に表していっ

た。実は、言葉の式までは、前時の「なぜ縦と横の本数をたすと9になるのか」を考えていく中で、一人の子のノートに書かれていた。これを紹介した上で、 \bigcirc や \triangle を使った式に表した。この時点では、式のよさというものは、簡単に表せるというだけで、式に表す必要性を感じていない子供たちが多く見られた。

次に、三角形の数と周りの棒の数の関係について考えた。関係を調べるためにはどうするとよいか問いかけたところ、表にすると答え、実際に棒で三角形を作りながら表を作り始めた。2数の関係を調べるには表がとても有効であることを理解していることがわかった。



図4

三角形の数(個)	1	2	3	4	5	6	7
周りのぼうの数(本)	3	4	5	6	7		

表1

表1を横に見て考えた子供は、「三角形の数が1個ずつ増えると、周りの棒の数も1本ずつ増える」ことを発表した。表1を縦に見て考えた子供は、「周りの棒の数から三角形の数をひくと2になる」ことを発表した。そこから、「三角形の数を \triangle 、周りの棒の数を \bigcirc とすると、 $\bigcirc - \triangle = 2$ になる」と式で表すこともできていた。そこで、三角形の数が10個のときの周りの棒の長さを考えた。以下が子供たちの発表の内容である。

- 智也：表1を延ばしていったら、10個のときの周りの棒の本数は12本になりました。
- 由紀： $\bigcirc - \triangle$ が2だから、 \triangle が10のときは、 \bigcirc には12が入るので、12本になりました。
- 莉子：三角形の数に2をたすと、周りの棒の長さになるので、 $10 + 2$ で12本になりました。
- 教師：莉子さんの考え方を式に表すとどうなるかな。
- 真広： $\triangle + 2 = \bigcirc$ になります。
- 教師：じゃあ、三角形が20個なら周りのぼうの数は何本になるのかな。
- 琴美： $20 + 2$ で22本になります。
- 卓夫：この式なら、三角形の数が何個でも周りの棒の本数を求めることができるね。

式の形を変えてみることで、三角形の数が何個の場合でも、すぐに周りの棒の本数を求められることを実感することができた。授業の初めには式の有効性を感じていなかった子供たちも、式の便利さを理解することができた。ここで、式のよいところはどういうところかをノートに書き、それぞれが感じたことを発表した。でてきた意見は以下の通りである。

- 式のよいところ
- ・言葉を使わないので簡単に表せる。
 - ・わかりやすい。
 - ・どんな数でも計算ができる。
 - ・片方の数がわかると、もう一方の数もわかる。

式のをさをまとめたところで、三角形の数が1個ずつ増えると、周りの棒の数も1本ずつ増えるのはなぜだろうということを考えた。表から1ずつ増えるというきまりは見つけたので、その理由を追求していった。表で表された部分は確かに1ずつ増えているが、すべての場合を表しているわけではないので、図から1増える理由をみつけ、一般化につなげていきたいという意図があった。前時と違い、増えていく理由を考えるので、子供たちは難しくしていた。そこで、早めにグループにして交流を始めた。棒を配ってあるので、実際に三角形の数を増やしながらどこが増えるのかを探っていた。棒を操作しながら考えていくことで、2本ずつ増えていくが、1本は数えなくなるということに気付くことができた。発表をしたところ、その考え方だったというグループが多かった。その中で、一つのグループから、間にある棒を使うという考えが出た。ほとんどの子供たちが、間にある棒のことを考えていたが、その棒を利用するという考えがなかったため、驚きがあったようである。子供たちの感想には、棒を移動するという考え方は思い浮かばなかったけど、とてもわかりやすい考え方だと思ったなどがあり、他の子の考えを理解しようとする姿勢が見られた。



図5

式のをさをまとめたところで、三角形の数が1個ずつ増えると、周りの棒の数も1本ずつ増えるのはなぜだろうということを考えた。表から1ずつ増えるというきまりは見つけたので、その理由を追求していった。表で表された部分は確かに1ずつ増えているが、すべての場合を表しているわけではないので、図から1増える理由をみつけ、一般化につなげていきたいという意図があった。前時と違い、増えていく理由を考えるので、子供たちは難しくしていた。そこで、早めにグループにして交流を始めた。棒を配ってあるので、実際に三角形の数を増やしながらどこが増えるのかを探っていた。棒を操作しながら考えていくことで、2本ずつ増えていくが、1本は数えなくなるということに気付くことができた。発表をしたところ、その考え方だったというグループが多かった。その中で、一つのグループから、間にある棒を使うという考えが出た。ほとんどの子供たちが、間にある棒のことを考えていたが、その棒を利用するという考えがなかったため、驚きがあったようである。子供たちの感想には、棒を移動するという考え方は思い浮かばなかったけど、とてもわかりやすい考え方だと思ったなどがあり、他の子の考えを理解しようとする姿勢が見られた。



図6 間にある棒を動かす考え方のノート

2.2.3 2数の関係を折れ線グラフに表し、グラフのよさを知る。(第4時)

第4時では、水槽に水を一定量ずつ入れていったときの水のかさと全体の重さの関係を折れ線グラフに表し、変わり方の様子を調べていった。

図7



表に表してから、水のかさが1Lずつ増えると、全体の重さは1kgずつ増えるという関係を見つけた。その後グラフ上に点をとっていった。点を結んでいくと直線になるので、子供たちは今までの折れ線グラフとは違うと感じたようである。

ここで、表には表されていない水のかさが3.5Lの時の全体の重さを求めた。以下が子供たちの考え方の発表の様子である。

真一：3Lと4Lの間だから、3.5kgと4.5kgの間で、4kgだと思います。
 多数：同じです。
 由紀：真一さんと似ていますが、3Lと4Lの間だから1÷2で0.5L増えています。だから重さも0.5L増えるので、3.5+0.5で4kgになると思います。
 洋子：難しいなあ。
 宏典：1L増えると1kg増えるから、0.5L増えると0.5kg増えるということだよ。
 里香：グラフの3.5Lのところをみると、4kgになっているので、4kgだと思います。
 由香：おー、ほんとだ。
 莉子：すごく簡単だ。

2数の関係をグラフに表してみていたが、それと数値を求めることとはつながっていない子供たちが多かった。実際に、里香の発表を聞いた時には、称賛する声が上がった。その後、7.5Lのときの全体の重さを求める場面では、ほとんどの子供たちがグラフを延長して求めようとしていた。グラフの有効性を感じることができた場面である。その後、グラフのよいところはどういうところかをノートに書き、それぞれが感じたことを発表した。出てきた意見は以下の通りである。

グラフのよいところ

- ・変わり方がすぐにわかる(見てわかる)。
- ・延長することができる。(直線の場合)
- ・表にない部分も読み取れる。

この授業の莉子の振り返りに、「グラフはとても便利だけど、そのグラフも表から始まっていることがわかった」とあった。この振り返りを全体で共有し、変わり方を調べていく基本になるものは表であるということを確認することができた。

2.2.4 正三角形に並べたピラミッドの段の数と周りの棒の数の関係を調べる(第5時)



図8



図9

第5時では、正三角形に棒を並べていき、段の数と周りの棒の数の関係を調べた。三角形をピラミッドに見立て、少しでも現実的なものとして考えられるようにした。課題を与えたあと、きまりを見つけるためにはどうするとよいか問かけると、前時の振り返りもあり、表に表すと答えが返ってきた。そして、段の数が5までの表を作った。その後、変わり方のきまりを見つけるところまでは、今までの流れから全員がスムーズに進めていくことができた。8段のピラミッドの周りの棒の数を求める課題を与えたところ、式で求める、表を付け加えて求める、グラフの直線を延長して求めるという考え方が出てきた。前時のグラフの有効性の影響か、グラフで求めた者の割合が多かった。次に100段の場合を考えると、全

員が式を使い求めていた。数の大きい場合は、表やグラフよりも式で求めていくのが早いと誰もが感じていた。その後、段の数が1段ずつ増えると、周りの棒の数が3本ずつ増えるのはなぜかを考えた。いろいろな考え方が子供たちから出てきたが、3を見つけるためにこじつけられたものもあった。発表を聞いて、子供たちがなるほどと感じた考え方は以下の通りである。

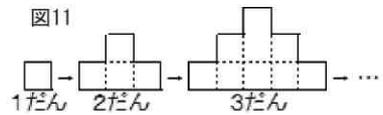
由紀：段が1つ増えると、両脇に2本と、下に段の数だけ増えるので、 $2 + \bigcirc$ 本増えます。でも、前の段の下にあった $\bigcirc - 1$ 本へるので、3本ずつ増えます。
 翔子：三角形の辺の数は3辺なので、段の数が1段増えると3本ずつ増えます。
 泉美：下の棒をそのまま下にずらすと、増やす棒は両脇と下に1本つければよいから、3本ずつ増えます。



図10

翔子の考え方以外は、すべて図から3を導き出していた。しかし、3増えるということはわかるが、段の数によって増える場所が違っていたので、わかりにくいとか、難しいという感想が多かった。泉美の考え方をみた子供たちは、いつも同じ場所が増えていくので単純でわかりやすいと感じていた。

2.2.5 凸型に並べたピラミッドの段の数と周りの棒の数の関係を調べる (第6時)



第6時では、ピラミッドは三角形でなく凸型だったので、もう一度考えてみようと言われ、まず表を作っていた。実際に棒を使ってピラミッドを作っていたが、段の数が増えると、ずれもあり正しく作れない子も出てきたので、棒の長さと同じ方眼を準備しておくことで正しくスムーズに作ることができたのではないかと反省している。表の数値が間違っている子供たちがいたので、ペアで確認させ、正しい表を完成させた。そして、変わり方のきまりを全体で共有してから課題を与えた。課題は81段目の周りの棒の数を求めるというものであった。前時は比例の関係であったので、式にすることは容易であったが、今回は一次関数であるため、式で表すことは難しい。したがって、表やグラフから使えそうなきまりを見つけ、解決していくことを期待した。

子供たちは、数が大きいときは式が有効であるとわかっていたが、式を作ることができず、悩んでいる様子が見られた。表やグラフ用紙を準備してあったので、それらを使って考えていく子供たちもいた。しかし、表やグラフは81段目までかかなければならぬ



図12

ので苦労をしていた。その後グループでどのように考えたかを共有をした。その考えを全体でも共有した。

ので苦労をしていた。その後グループでどのように考えたかを共有をした。その考えを全体でも共有した。

翔子：表を81段まで書いて484本と求めました。
 智也：大変だったね。
 教師：答えは484本でいいかな。他には。
 健二： $81 \times 6 - 2$ で求めました。
 由紀：付け足しで、段の数を \bigcirc 、棒の数を Δ とすると、 $\bigcirc \times 6 - 2 = \Delta$ となるからです。
 教師：式を表から確認すると、どの場合でもこの式であっているね。
 里香： $(\text{増えていく数}) \times (\text{間の数}) + (\text{最初の棒の数})$ で棒の数は求められ、表を見ると1ずつ増えると6ずつ増えるので、 $6 \times 80 + 4$ で求めました。
 寛司：里香さんと似ていますが、81段からはじめの1段目をひいて80を出して、 $6 \times (81 - 1) + 4$ で求めました。
 百合：グラフで求めました。
 孝史：僕もグラフをかいたけど、ずれちゃった。

グループで出てきた考えを全体で共有し、いろいろな考え方で求めることができることがわかった。やはり、大きな数であったため、表を使うと、81段までいけずに終わってしまった子がいた。また、グラフでは、ずれてしまった子がいた。この経験から、やはり式で考えていきことが有効であると子供たちは再確認できた。

<振り返りより>

ピラミッドを作ろうIIで、グラフや表を使ってやってみただけ、間違っしまい難しかったです。1~5くらいなら、表やグラフで表した方がいいけど、10くらいからは式で計算した方が早いと思いました。

その後、段の数が1段ずつ増えると、棒の数は6本ずつ増えるのはなぜかをグループで考えた。前時に、いつも同じ場所が増えていくとわかりやすいという振り返りをしていたので、子供たちは図の中のどの部分が6本増えるのかを考えていた。中には、81段目の棒の数を求めている段階で、6本ずつ増えていく理由まで考えていた子供もいた。実際に一人が棒を動かしながら、どこが増えているのだろうかということをグループのみんなの目で見えて考えていった。十分な時間がとれずに、発表になってしまったが、発表を聞いた子供たちは納得し、実際に自分の手元にある棒を使って確かめていた。振り返りにも、見るだけでわかりやすいという感想が多かった。6ずつ増えていく根拠を理解できたのだと感じた。

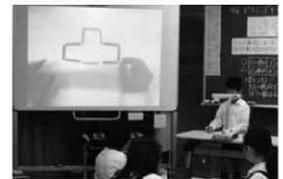


図13

2.3 実践を振り返って (成果と課題)

今回の変わり方の実践では、単元を通して棒を使った課題に取り組んでいった。初めは棒よりもノートに書いていった方がわかりやすいのではないかと考えていた子も、「なぜ」ということを考えていく場合には、実際の具体物があった方が気付きやすいと考えるようになってきた。この「なぜ」を繰り返してきたことで、子供たち

は、増える理由を探っていきたいと思うようになった。

グループ活動では、どの意見がよいかを相談して発表するのではなく、お互いの考え方を発表し共有し合う場とした。自分と違う考え方をした子に、その理由をすぐに聞くことができるので、友達の考え方がよくわかるようになった。しかし、式で求めた子供は、式を伝えてから答えを言うだけというグループも見られた。なぜその式になったのか、ということに常に意識させていく必要があると感じた。

ノートの振り返りの中には、「自分の考えていたものよりも、〇〇さんの考えの方が分かりやすかった」という記述が増えてきた。自分の考え方が変化し、よりよい考え方ができるようになってきたことを実感できてきていると感じた。振り返りから、単元を通しての変容も見られるようになった。

<由香の振り返り>

- 第2時 正直少し苦手だ。
- 第3時 棒を使うとわかりやすかった。
- 第4時 便利なグラフは表から始まっている。
- 第5時 思いもよらない考え方にびっくりした。
- 第6時 今回もやっぱり同じ場所に増えるのだな。
- 第7時 変わり方がとても好きになりました。

最初は苦手感じていたが、具体物の操作、表・式・グラフのよさを考える、図からなぜ一定量増えるか考えることにより、変わり方のきまりを見つけ、探っていくことが楽しくなってきたことがわかった。このような変容の見られるノートを他者へ発信していき、自分の理解を深めていくような振り返りができるようにしていきたい。

3. 実践例2 小学校第6学年 単元「比例と反比例」

3.1 2つの能力の育成について

算数科の学習のおもしろさとは、答えにたどり着くまでのプロセス（考え方）が多様であり、その多様な考え方を共有することで新たな発見ができることにある。相手に分かりやすく伝えることで自分の考えを洗練し、より明確にできると考える。また、相手の考えを聞くことで、自分の考え方を一層広げ、深めることができ、柔軟なものを見方や考え方ができる力が養われる。

子供たちの算数の授業の様子を見ていると、問題に対して答えにたどり着くまで熱心に粘り強く取り組む姿勢が見られる。しかし、立式し答えを求めることができる子が多くいる反面、式や考え方を自分の言葉で分かりやすく説明・表現できる子は少ない。「OECDのPISAなどの各種の調査から、日本の子供には思考力・判断力・表現力を問う読解力や記述式の問題に課題が見られる」と指摘されている。また、「SASA(福井県学力調査)2013」では、言葉と式を使って説明することに課題があり、福井県の子供には「考えを発表し合う場面において、他者の発言や記述内容を基に多様な考えを理解したり、表現の仕方の良さを見付けたりする活動を取り入れることが

大切である」との見解が示されている。そこで、自分の考えを相手に分かりやすく表現し、多様な考えを共有する必要があると考えた。相手に分かりやすく伝えるためには、筋道を立てて表現することが大切である。相手に自信をもって説明を行うためには、自分の着想を何らかの形で残しておくことが重要である。そこで、自分の着想を図や式、言葉で表し、それを用いて表現することに重点を置いて授業づくりをしていくことにした。ペア学習やグループ学習を取り入れ、相互に自分の考えを説明する。ペア学習やグループ学習を取り入れることで、一人一人が発言する機会を作り、聴き合う場を設定する。また、このような活動を通して、他者の求め方の良さに気づいたり、考えを深めたりしながら、自分自身の考えを洗練してほしいと考えている。さらには、ペアや班、全体の場で互いの考えを表現し、伝え合う場を設定することで、考えるプロセスをより明確にし、数学的な思考力や表現力を養いたい。

自分自身の変容や成長を感じることができるよう、授業ごとに自己を振り返る「算数日記」に第5学年から取り組んでいる。これまで、振り返りの質を高めるために1時間の授業や単元における自己の成長や変容、迷い、疑問を記すよう助言を与えてきた。また、授業の過程の中で、友達の考えにどのような影響を受けたかなどについても筋道を立てて書いていくように指導を行ってきた。

算数日記を書くことで、発言の有無に関わらず、子供の考えがどのように変容したのかを見取っていききたい。子供の考えの変容については、毎時間の子供のノートから思考の足取りを追っていくことにした。そのための手立てとして、毎時間ごとに子供自身が学習を振り返る算数日記を用いる。1時間の授業で、自己の考えがどのように変容したのか、これからどのようなことを知りたい・考えていきたいのかについての振り返りを積み重ねていく。自己の振り返りを通して、相手との相違点を比較したり、共通点を見つけたりすることで、変容を実感し自分の考えをより洗練できると考えた。

3.2 授業の実際

3.2.1 伴って変わる2つの数量の関係調べ、変化の考察の仕方を知り、比例の定義と性質を理解する(第1・2時)



図14

第1時では導入として、図14、図15の4つの表を提示した。まずは、伴って変わる2つの数量は何かを確認した後、それぞれの表のきまりについて個人で考え、その後ペア・全体とシェアリングを行った。

比例という言葉は第5学年での既習事項のため、〇あが比例ということは子供たちからすぐに出てきた。全体で共有した際、それぞれの表について様々な視点から意見

が出てきた(図14)。その中で最も子供たちの反応が大きかったのは、翔太流予測である。翔太流予測とは、①下の段の任意の数 y (① \div ①の右上の数) = ①の右側の数である。提示した表の全ての数において、これが成り立っているため、縦の長さが10までのときも成り立つかなど、子供たちに確かめてくるよう課題を出して授業を終えた。



図15

【算数日記】

・今日の算数では、表について話し合いました。私は、翔太さんの考えがすごい!!!!と思いました。それと同時に正しいの?とも思いました。時間 \times 2=水の深さという言葉の式も出てきてとてもおもしろい算数でした。

自己の気持ちの動きについて向き合うことができ、他者の考えに対しての驚きや疑問が書かれているすばらしい算数日記である。

第2時では、比例の定義と性質(定義と性質という用語は授業では取り扱っていない)について理解を図った。



図16

前時の確認を行い、「比例とは?」という問いを投げかけ、定義や性質について迫っていった。問いに対して、① $x \div y =$ 一定と② x の値が2倍、

3倍、...となると y の値も2倍、3倍、...になるという考えが出された。①と②についてペアとグループ(4人1組)で話し合う時間を設けたところ、ほぼ全てのグループが既習の学習から確かに①商が一定ではあるが、比例とは?と問われると②であるという結論に達した。表を縦に見るか横に見るかによって、定義が見出されるか性質が見出されるかが変わってくることに迫ることができた。

3.2.2 比例する事象を判断する(第3時) 比例する関係を表す式を理解しよう(第4時)

第3時では、「表から比例しているかを見極めよう」というめあてを設定し、表から考察していった。前時で学習した比例の定義や性質を根拠として、比例しているかどうかについて考え、ペアで説明し合い、その後全体で考えを共有した。

第4時では、比例する関係を表す式を考えていった。第4時までに出された式、① $x \times 2 = y$ 、② $x + y = 3$ の倍数、③ $y \div x = 2$ について話し合っていた。

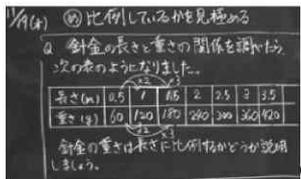


図17

【全体での共有場面】

教師：今日は比例の式を学習します。今までの学習で

3つの式が出てきましたが、いったいどれが比例の式なのかを考えてみましょう。隣の人と相談してみましょう。

【ペアでの話し合いの後】

教師：話し合ったことを教えてください。

亮平：まず②は絶対に3の倍数になることはないからダメだと思います。

史子：亮平さんの言う通りだと思います。私たちは②はダメで、①がいいと思います。③は割り算でめんどうな時があるので。

昭秀：③は割り算だからめんどうということは思いません。僕は③も表から成り立つのでいいと思います。

上記のように、今までの学習から出てきた式についてペアで話し合った後、全体で話し合っていた。②については、常に3の倍数にならないため不適という結論に至った。①と③については、どちらも適切であるという結論に至った。しかし、「2」は常に同じ数字かについての議論にもなった。そこで、第3時の表を用いて「2」に相当する数に迫っていった。最初は60という子供もいたが、120であるという考えに収束した。そして、そのような数を「きまった数」ということを確認し、比例の関係を表す式を x と y 、きまった数という文字と言葉を用いて表していった。終盤には、一般的な比例の式の表し方、きまった数を表から見出すには?ということを確認して第4時を終えた。



図18

3.2.3 比例のグラフ(第5~7時)

第5時では、これまで扱ってきた $y = 2 \times x$ のグラフをかくことを目標に取り組んだ。表から方眼紙に点をプロットしていき、どのようなグラフになるかを考えていった。子供たちからは、「まっすぐ」「ななめ」というキーワードが出された。そこで、第6時では比例のグラフは必ず「ななめにまっすぐ」すなわち直線になっているかを検証していこうという課題を設定して第5時を終えた。

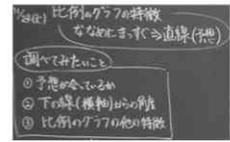


図19



図20

3.2.3 比例のグラフ(第5~7時)

第6時では、授業の最初に前時に設定した課題や調べてみたいこと(図19)を全体で意見を出し合った。そして、問題文を提示して、立式した後、グラフをかいていく活動を設けた。ここで、グループ内で同じ式、グラフにならないようにきまった数がグループ内の全員が違った数になるよう指示を出した。そのようにすることで様々な比例のグラフを比べ、共通点や相違点を探してほしいというねらいがあった。個人がグラフをかいた後、グループ内

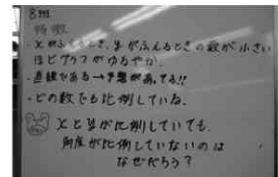


図21

でそれぞれのグラフを見合って特徴について考察し、ホワイトボードにまとめていった。



図22

グループの考えを全体で共有していった後、比例のグラフの特徴を練り合っ

ていった。そうしたところ、図23の4つの特徴が見出された。①直線、②きまった数が1減ると、角度の減り方にきまりがあった、③ x の値が1増えると、 y の値が決まった数増える、④絶対に横軸と縦軸の交わる点を通る、である。ただし、きまった数と軸からの角度についてはきまりが一部しか発見することができなかつたために、確定には至らなかつた。

上記の角度について家庭で探求してきた子供がいたので、第7時の授業の導入の際に、説明を行った。傾き



図23

に対する角度(図24)、さらには角度を10度ごとに変えていったときの傾きについて色分けしてグラフをかいてきた。規則性については見出すことができなかったが、傾きが小さくなるにつれて、グラフが傾く幅が大きくなっていくという新たな発見があった。個人的に気になった事象に対して熱心に取り組んできた子供には、賞賛の拍手が送られた。同時に、第6時で気になっていたことについても解決することができた。そして、第7時ではグラフから読み取る活動を行った。



図24



図25

3.2.4 表、式、グラフを使って(第8時)

第8時では、縦2cmの長方形において、横の長さを x cm、面積を y cm²として、 x と y がどのような関係にあるかを考えた。まずは、個人で表、式、グラフ(3つ全て使う必要はなし)を用いて考え、グループ、全体で共有していった。その後、表、式、グラフには、それぞれどのようなメリットがあるかについて全員で意見を出し合っ

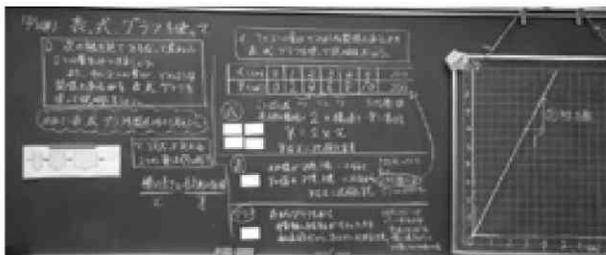


図26

【算数日記】

・今回は説明と良いところを考えました。説明で私は一番簡単に説明できると思った表を使って説明しま

した。でも、後から見直してみると式で説明する方が簡単だと思いました。まず、言葉の式にしてからやを使って考えるのはとても分かりやすい方法だと思いました。これまで習ったことを説明に入れて考えられる美加さんや他のみんなはすごいと思いました。式、表、グラフの関わりも見つけることができたのでうれしかったです。

上記の算数日記を書いた子供は、自分の考えの変容を捉えることができている。他の子供のよい点をしっかりと認めることができている。他者の発表を聴く際に、自分の考えと比べながら聴き、良い点を認めて変容していくことが読み取れる日記である。

3.2.5 比例を使って(第9・10時)

第10時では、折り紙の枚数を求めていった。まず、どのような方法で求めることができるかを全体で共有した。



図27

その際、数える、厚さ(高さ)を測る、重さを量るという3つの方法が出された。そこで、チームごとに数えるという方法は用いずに、厚さ(高さ)や重さのデータを用いて、全体の枚数に迫っていくよう指示を出した。その後、データをとる時間とデータから全体の枚数に迫っていく時間に分けて活動を行っていった。



図28

理想化を前時に押さえていたこともあり、子供たちは収集したデータから出てきた誤差を理想化させて式を導き出していった。8チームのうち、6チームが重さを用いて求め、2チームが高さを用いて求めていった。



図29

全体の共有の際、より正確に求める方法を全体で練り合っ

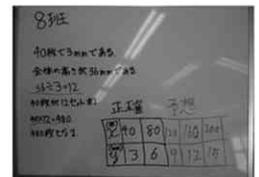


図30

《全体での共有場面》

教師：今いろいろな方法が出てきたけど、重さを使ったチームはなぜ高さで求めなかったの？
 裕二：1枚の厚さがうすいから、正確じゃなさそうだから。
 教師：なるほどね。みんなもそう思う？(子供：うなずく。)じゃあ、正確っていう言葉が出てきたけど、同じようなやり方で5班はきまった数が0.32(100枚まで測定)、6班は0.3(40枚まで測定)、1班は0.35(50枚まで測定)と出てきたけど、どれが一番正確そう？
 美加：5班は100枚の重さまで量ったから、一番正確になっていると思います。
 浩次：たしかに5班が一番いいと思う。平均使ったらさらに正確になりそうだな。

全体で練り合っっていく際には、不正確な数値からきまった数をどのように定めるとよいかということを重視して話し合っ

いたりしていくべきだという結論に至った。

また、第10時は本校の研究集会で多くの参観者に授業を見ていただいた。分科会では、教具として様々な色が混じった折り紙を扱ったことは適切だったかという意見も出された。そのことについては、授業を構想する段階でも本校の職員から意見が寄せられたが、不正確なものからいかに誤差を認め、理想化していくかをねらって折り紙を用いた。さらに、実測値によって比例を見出す活動を取り入れたことで、生活場面に潜む比例関係について興味・関心を抱かせたいという思いをもって授業を行った。

【算数日記】

- ・私は、比例を使うと、調べたい多い数がすばやく分かると思いました。パッと見ただけで、あれはこれの何倍などが分かるので、多い数を求めることができます。身のまわりの比例しているものは、時間と時計の長針が何分ごとに何度動くかが比例ではないかなと思いました。
- ・米の合数と重さは比例していると思います。

時間と長針の角度については、クラス全体で比例関係にあるということを確認した。お米の合数と重さについては、数人の子供が家庭で実験を行い、比例しているという結論を得ることができた。第10時の学習を行ったことで、身のまわりの比例関係に着目し、家庭で検証を行うことができたことは非常に価値がある学習に繋がったのではないだろうか。

3.2.6 反比例（第11～14時）練習問題（第15・16時）

反比例については、比例の学習のときと同様に、表から定義・性質を見出し、式、グラフの学習を行っていった。子供たちが特に深く考えた内容がある。3.2.1で示した山本流予測である。

翔太流予測 $[f(x_n) = \frac{a}{x_n} \text{ (} a: \text{比例定数) のとき, } f(x_n) - \{f(x_n) \div (n+1)\} = f(x_{n+1})$ について、浩次は家庭学習で x の値が10まで正しいかについて検証を行い、 x の値が10までは確かに予測の通りになっているという結論を導き出してきた。さらに、昭秀は $f(x_n) \times \frac{n}{n+1} = f(x_{n+1})$ という関係式を見出してきた。一人の発想から、ここまでの思考に波及したことは正直驚きであった。

【算数日記】

- ・翔太流予測が本当にすばらしいものだと改めて分かりました。昭秀さんの言っていたことは少し難しかったけど、確かにそうになってビックリしました。米の重さを量る実験は見事比例していたので、ぼくはしなかったと思っていたのでビックリしました。

3.3 実践を振り返って（成果と課題）

今回の実践で驚かされたことは、子供たちのクリエイティブさである。前述でもあるが、まず比例の学習では、グラフにおいて比例定数に着目し、グラフの傾きにまで迫ることができた。これは、グラフの角度（軸から直

線までの角度）に着目した子供の発想から、複数の子供が検証していったことで結論に繋がっていった。次に驚かされたことは、反比例の学習での翔太流予測である。これについても比例の学習同様、1人の発想から複数の子供の思考が関わりをもち、新たな結論を導き出していった。これらのことに気づいたことに驚きを感じていると同時に、それについてさらに深めて思考していく子供たちの姿には感心させられた。子供たちのつぶやきや思考、日記から授業の課題を探っていたことで、子供たちが探ってみたい内容に取り組むことができたと感じている。

また、生活場面に即した課題を扱ったことで、自分たちの身のまわりの比例関係の事象に目を向けるきっかけを与えることができた。比例関係にある前述のお米や時計以外に、お風呂の表面積と冷めていく時間、マジックの使った時間とインクの量といった考えも出てきて、クラス全体で比例しているかどうかを考える機会も設けることができた。あまり身近ではない数値や式を捉えるのではなく、身近な事象から比例について考察できたことは、生活場面と算数を結びつけて考えてほしいというねらいを達成できたと感じている。

説明する活動について、表やグラフ、式をワークシートやOHC、ホワイトボードを用いて視覚的に理解を図りながらの説明を行えたことは成果として挙げられる。一方で、まだ「十分に自分の考えていることを伝えることができていない」と感じている子供が見受けられる。今後も上手に説明するための手立て（視聴覚機器の活用や発表の場の設定の工夫など）を子供の実態に合わせて取り入れていく中で、よりうまく自分の考えを表現できる能力を養っていきたい。

さらに、算数日記については、自己の変容や友達の考えについて書かれていたり、疑問や今後調べてみたいことが書かれていたりしているものがたくさん見られた。しかし、わかったことだけを書いている子供がいることも現状である。1時間ごとに意図的に書く視点を絞って算数日記を書き記していくよう指導していきたいと考えている。さらには、式や図などが書かれていることが少ないので、友達の名前を挙げるだけでなく、式や図などを含めた振り返りを書いていく指導を行っていきたい。

4. 考察

算数は、考えの「ズレ」が顕著に生じやすい。そこでは、認知的葛藤が起きやすいといえることから、教師が課題設定によって認知的葛藤 (cognitive conflict) を起こしやすいともいえる。本稿の2つの実践事例は、この認知的葛藤により、議論が生じ、省察を促す営みが、日々の授業の中で、生み出されるプロセス（過程）の事例であったと考えられる。その際、「図や式と関連づけること」がなぜ有効なのか、自分の内に構成されたスキーマが、説明する相手にとっても分かりやすいものなのか、その不確実な状況の中で子供たちは、図や式のよさを学

び、考えをまとめ、説明する相手を鏡にしたり、よい説明のポイントを掴んだりしながら、説明する能力を高めていく姿が随所にみられている。

もう一つは、なぜ、説明する力が必要なのかということである。議論する能力を高める算数科授業には、自分の考えをもたせることが欠かせない。そのために、実践例では、自力解決と練り上げを重視している。しかし、自分の考えがまとまったからと言って、それが相手に十分理解してもらえとは限らない。プロセス（過程）であれ、結果であれ、「説明する力」とは、どのような能力なのだろうか。古代ギリシャ時代から、議論が盛んに行われていたと伝えられるが、アーギュメンテーションを目標の一つに取り上げようとしているといえる。アーギュメンテーションとは、複数の人々が対立した主張について議論に取り組むプロセスを指す。米国の科学教育スタンダードでは、既に目標と見なされている。

アーギュメンテーションは、OECDのPISA（2000, 2003, 2009 他）においても能力の一つに取り上げられている。無論、枠組みは、15歳児の数学的リテラシーを評価するための枠組みであるが、数学的リテラシーの定義とその評価を行うための枠組みは、小学校における算数教育の目標や内容について考察する上で参考になる。PISAは認知的数学能力を次の8つから特徴付けている。①思考と推論、②論証（argumentation）、③コミュニケーション、④モデル化、⑤問題設定と解決、⑥表現、⑦記号言語、公式言語、技術的言語、演算を使用すること、⑧支援手段と道具の使用、である。このうち、②について、「これには、a：数学的な証明とはどのようなもので、他の種類の数学的な推論とどう違うかを知ること、b：異なるタイプの一連の数学的議論をたどり、評価すること、c：発見法に対する感覚を身に付けること（「何が起こり得るか（得ないか）、なぜ起こり得るのか（得ないのか）」）、d：数学的推論を構築し、表現すること、の4つが含まれるとある。

これからの時代をたくましく生き抜いていくための能力を重視していることがわかる。また、実践例2については、PISAの数学化サイクル（図31）を意識した課題設定と考えられる。さらに、教師の課題提示だけでなく、生徒が教室全体に向けて説明する場面においても、ICTが効果的に活用されていた。

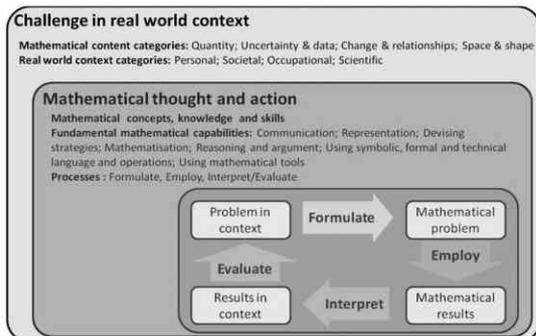


図31 A model of mathematical literacy in practice

4.1 関数の考え方

表・式・グラフのそれぞれのよさを理解することが、表から式、表からグラフへと、表を媒介にして式とグラフにもつながっていく。現行の学習指導要領を概観すると、算数においては、関数についての知識や技能を習得させることが目的ではない。「関数の考え」とは、「数量や図

形について取り扱う際に、それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考え」であり、特に「伴って変わる二つの数量の関係（関数関係）を考察し、特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにすること」が大切であるとしている。

現行では、小学校第1学年から第3学年までは、「関数」の内容はなく、第4学年から中学校第1学年までを抜粋すれば、次のようになる。

小学校第4学年：「伴って変わる二つの数量の関係を表したり調べたりすることができるようにする」「数量の関係を表す式について理解し、式を用いることができるようにする」「折れ線グラフを取り上げる」

小学校第5学年

「表を用いて、伴って変わる二つの数量の関係を考察できるようにする」「比例の関係を知る」

小学校第6学年

「伴って変わる二つの数量の関係を考察することができるようにする」「比例の特徴と、比例の活用、反比例の関係を知る」

中学校第1学年

「具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関数についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う」こと

つまり、算数（初等数学）では、最も簡単な関数のうち、整関数の代表として比例を、分数関数の代表として反比例をそれぞれ学習し、中等数学へ発展していく。しかし、実際には、小1から小3まで、関数的な考えの素地として経験させていくことが望まれる。小学校4年では、関数関係の意味を理解することとある。まず、関数の表現からみた関数と関数関係を図32に整理しておく。

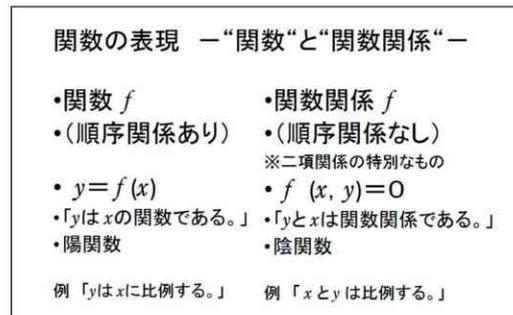


図 32 関数の表現

現行の教科書の記述において、第6学年では、「yはxに比例する」とあり、関数関係を考察しながらも、後続

発展事項を見通した関数としての表現になっていることがわかる。

片桐(2012)は、関数的に考えるということをして「ある事柄を考えたいが、それが直接考察しがたい。そのとき、その事柄を考察する代わりに、これと関係のある、考察しやすい(または既知の)事柄を考える。これによって問題の事柄を明らかにしよう」とすることであり、「代理的思考」であるとしている。

4.2 説明する能力

「①図や式などを関連づけて考えを相手に分かりやすく説明する。すなわち算数的な表現を活用し、自分の言葉で表現する力の向上」を目指すために、実践例においては、まず、表・グラフ・式のそれぞれのよさについて、実感を伴うような課題を取り上げており、それが子供たちの言葉となって、記録されている。しかし、単独ではなく、二つの表現、さらには、三つの表現を重ね合わせた時に、相互補完的なよさが顕在化する可能性はある。

表のよさであるが、変化と対応が見えやすい。その多くは、1対1対応となる。また、グラフに表すためにもデータを整理する上で有効である。さらに、表から規則的な変化を捉えれば、式化に進むことができる。実践例1の2.2.1は、個別のデータを順番に並べ替えて表を作成する活動を通して、個別データから、全体を変化として捉えて概観するよさを掴んでいる姿である。また、実践例2の3.2.5は、データを集めて、表を作って関係を見つける活動である。一方、実践例2の3.2.1のように、表があって、そこから関係を見つけて活動も考えられる。

式のよさであるが、学校数学において扱う関数の多くは、式化できる。式で表すことは、すべての場合をまとめて表すことができるよさはあるが、子供たちにとっては容易でない場合もあるため、丁寧に繰り返しながらよさを感じさせる必要がある。実践例1の2.2.4、2.2.5のように、きまりの一般性を、図を用いて同じリズムで増えることを保証する活動が欠かせない。また、実践例2の3.2.4において、式のよさに気付いている姿がみられる。

グラフのよさであるが、それは、全体の変化の様子が図形的に理解できることである。算数におけるグラフのほとんどが単調増加となり、しかもグラフは直線状である。だからこそ、実践例2の3.2.6の反比例において、単調減少を扱うことは重要である。さらに、グラフが直線状にならず曲線状になる場合を取り扱うことが、比例のグラフを際立たせることになる。

各学年で、関数関係を表現するツールとして、複合的に用いながら、説明することを通じて、自分が理解しやすいツール、相手に応じて用いるツールなど、単に表現を覚えるのではなく、学習を通じて選択しながら、深まっていく姿が随所にみられる。

4.3 省察する能力

「②自己を振り返る能力の育成」を目指して、実践例1では、ノートを、実践例2では、「算数日記」をそれぞれ毎時間の省察の記録として紐解けるように工夫されている。また、教師は個人の記録やそれらを束ねることから、次時の展開を紡いでいる。

一方で、印象に残った場面はどこで、どの場面を切り取ってくるか、または、自己の変容の姿をどのように描くか、自由記述にしてあげれば、描き方は多様になる。実践例2の3.3において、「意図的に書く視点を示す」「図や式を用いることを奨励する」は、ただ起こったことをかくことからのレベルアップである。

相手に分かりやすく説明する力は、話す力だけではなく、書く力も必要である。しかし、いつも書いているだけではなく、時には、書いた振り返りをグループで話すことで、気付きを共有することもあろう。その意味で、実践例1の2.3では、単元を通じた変容の事例が示されている。

4.4 日々の授業の積み重ねによる定着

身に付けた能力を評価するために、ペーパーテストは必要であるが、1時間1時間の振り返りの記録を重ねて読み直ししながら、単元のまとめとして何を掴んだのかを大きく振り返る必要もあろう。内容のまとめである単元のまとめを、学習のプロセス(過程)に注目しながら、振り返る状況の設定も重要である。そのような活動を通じて、これまでに身に付けたコンテンツ(学習内容)の関連についても学び直すことができるであろう。

4.5 実践例にみられる接続

4.5.1 子供たちの「問い」を大切に授業の接続

子供たちが、学び続けるための追究のエネルギーは、「問い」である。実践例1では、「前時の課題と本時の課題とのギャップを意識しながら、それを乗り越えていく姿の中に、「なぜ、するのか」「この前と、どこが、どのように違っているのか」など、根拠のある疑問をもちながら、問い続ける姿が見受けられた。また、実践例2では、生活と関連した事象の中から課題を見出し、生徒の内にある問いを湧出し、互いの考えを呼応させていくことで、個の探究する姿が周囲を巻き込みながら、教室全体に探究が拡大し、個がつながり合って変容していく姿となっていく様相が見受けられた。

4.5.2 学習指導案における単元や内容の接続

学習指導案において、実践例1では、第4学年で5月に学習した「折れ線グラフ」が先行関連学習事項であり、第5学年の「変わり方」から第6学年の「比例と反比例」へと後続発展事項を見据えた計画となっていた。

また、実践例2では、第5学年の「変わり方」と第6学年の「文字と式」が先行関連学習事項であり、中学校第1学年の「関数、比例と反比例」へと後続発展事項を

見据えた計画となっていた。

5. 系統性と小中接続の様相

4.5で実践例にみられる2つの接続を考察した。特に内容の系統性は算数・数学教育で重視されているが、具体的には、どのように接続すると考えているのだろうか。教材研究による解釈は、接続を見据えたものになっているだろうか。実践例を執筆した2人の小学校教諭は、中学校や高等学校での指導経験もあり、算数・数学の専門性を備えている。一方で、小学校教員の多くは、算数・数学の専門ではない。そこで、本稿では最後に、掲載した2つの実践例は、どちらも領域D「数量関係」であることから、小学校から中学校への接続も見据えた検討を行う。例えば実践例2の系統性と接続について、次の2方向から検討する。一つは単元内の内容と方法における接続である。もう一つは、同一学年内の単元間や異学年の単元間、特に、後続発展事項としては、中学校数学との接続が考えられる。著者3名で議論した成果と課題をまとめる。

5.1 接続類型に関する先行研究

金子(1985)は、授業が意味をもつようになるのは、学習者(ならびに学習集団)と教材と教師の三極関係に、ある張り詰めた力動性が存在する時であると述べ、特に主体としての子供と客体としての教材の関係について、教材としての問題を学習材としての問題に変換する点に注視している。

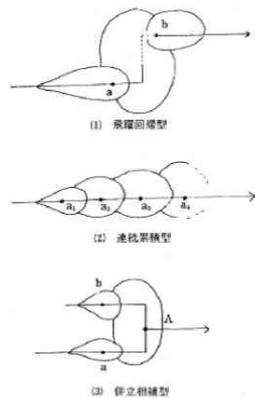


図 33 接続の3類型

その際、子供に起きる認知的葛藤(cognitive conflict)

について、Berlyne(1965)の6類型をもとに、教育的効果を検討している。認知的葛藤とは、相対する思考や観念間に生じる葛藤のことで、これらが生じることにより葛藤を解消するための知識を獲得する欲求が生じ、好奇心や探索行動が生起されることである。6類型とは、

①驚き「Aだと思ったのにBだ」、②疑問「Aであろうか、なかろうか」③当惑「Aであるようでもあり、ないようでもある」④矛盾「Aであり、かつAでないようだ」⑤認知的不協和「AはBであるのに、AでありながらBではない」⑥混乱「Aか、Bか、Cか・・・不明」とし、この認知的葛藤を、学校数学の連続したカリキュラムに引き写し、図33のように接続の3類型にまとめている。

5.2 接続の3類型による内容の接続様相

5.2.1 接続の3類型

図34は、金子他(2002)、神林(2011)において、図33の接続の3類型を再検討したものである。a.累積包括型接続は、中心となる概念が量的に拡大したり質的に深まったりすることで、既習内容M1が本習内容M2に含まれる接続の型である。b.併立統合型接続は、新たな視点で見ることで、併立している既習内容M1と本習内容M1'とが統合的に本習内容M2にまとめられる接続の型である。c.飛躍回帰型接続は、既習内容M1の原理と全く異なる原理をもつ本習内容M2に飛躍し、既習内容を本習内容から解釈し直せる接続の型である。

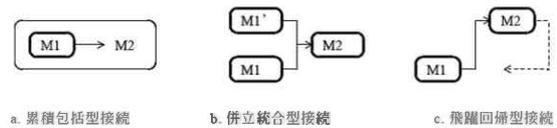


図34 学校数学における既習内容と本習内容との接続の3類型

5.2.2 接続の具体的事例

第4学年「変わり方」(M1)と第5学年「変わり方」(M2)の接続では、何が異なるのだろうか。累積・一貫している原理は、「伴って変わる二つの数量の関係を表したり調べたりする」ということである。広がり・新しさという点では、第4学年で学習した「変わり方」が、数と計算、量と計測、図形などの学習や、数学以外の他教科への学習へも広く活用されていくと考えられることから、a.累積包括型接続と考えられる。特に、関数関係を表、式、グラフなどを用いることを通じて、それらが汎用的なツールとして子供が身に付けていくことは重要である。

第5学年「比例」(M1)と第6学年「比例」(M2)の接続では、何が異なるのだろうか。累積・一貫している原理は、「一方が2倍、3倍になるともう一方もそうなることである。広がり・新しさという点では、第5学年は簡単な場合についての比例を扱っているが、第6学年ではより一般的な場合についての比例を扱っているという点で、a.累積包括型接続と考えられる。一方、第5学年の比例関係(L1)と第6学年の比例定数(L2)の接続では、「横の長さが2倍、3倍、4倍、…になれば、面積も2倍、3倍、4倍、…になる」という変化の見方と、「二つの数量の対応している値の商に着目すると、それがどこでも一定になっている(商一定)」ということから、その商をkとすると $y = k \times x$ という形で表される」という見方に原理の飛躍がある。また商一定の考え方は、 $x = 0$ でkが求められないことから、再度検討して、表の対応を縦に見直し、どこでもxのk倍がyになっているから、 $y = k \times x$ という形でまとめ直し、比例定数を見ていくことになる。その結果、表分析には、変化を捉える横の見方と対応を捉える縦の見方がありこととして解

積し直せる。これは, c. 飛躍回帰型接続と考えられる。

第6学年「比例」(N1)と第6学年「反比例」(N1')の接続は, 変化の様子から, 「増えると増える」は比例, 「増えると減る」は反比例のように捉えられること, また, グラフが直線状であるか曲線状であるかのようにつまえることなどから, b. 併立統合型接続と考えられる。

第6学年算数「比例」と中学校第1学年数学「比例」は, 中学校第1学年「正の数・負の数」を学習した後, 比例定数が正の数の場合が「増えると増える比例」(J1), 負の数の場合が「増えると減る比例」(J2)となり, 統合した上位概念としての比例となることから, 小学校第5学年と第6学年の比例の接続とは異なり, b. 併立統合型接続と考えられる。同様に, 第6学年算数「反比例」と中学校第1学年数学「反比例」も, 中学校第1学年「正の数・負の数」を学習した後, 比例定数が正の数の場合が「増えると減る反比例」(I1), 負の数の場合が「増えると増える反比例」(I2)となり, 統合した上位概念としての反比例となることから, b. 併立統合型接続と考えられる。

これらのように, 単線型の系統性や接続とだけ考えていることに比べ, 接続の様相を3類型から検討しておくことは, 教材研究を深めることになり, 授業における教材構成を検討する上でも有効であることがわかる。

6. おわりに

これまで, 同一校で算数科を研究的に実践する者でありながら, 算数科としての教科論を展開するまでには至っていなかったが, この機会に互いの実践の共通点や相違点について議論する機会を得た。今後は教科論として大きく括りながら, 協働的な実践研究を進めていきたい。

また, 図や式と関連づけて考えを相手に分かりやすく説明する力を伸ばす算数科授業を, 他単元, 他領域, 他学年においても研究していくことが期待される。

さらに, 小学校算数科における内容の接続類型はもとより, 説明する力などにおいての方法の接続類型を検討していく必要がある。

参考・引用文献

- 文部科学省 (2008) 小学校学習指導要領解説 算数編 東洋館出版社
- 福井県教育委員会 (2013) 福井県学力調査報告書 小学校算数
- 磯田正美, 田中秀典 編 (2009) 思考・判断・表現による「学び直し」を求める算数の授業改善—新学習指導要領が求める言語活動—アーギュメンテーションの実現— 明治図書
- 片桐重雄 (2012) 算数教育学概論 東洋館出版社
- 金子忠雄 (1984) 学校数学の教授=学習と「問題」の構成 新潟大学教育学部紀要(自然科学編)
- 金子忠雄 (1985) 学校数学の教授=学習と「問題」の構成(続) 新潟大学教育学部紀要(自然科学編)
- 金子忠雄監修, 井口浩, 小田暢雄, 風間寛司, 星野将直, 宮宏之, 神林信之 (2002) 学びの数学と数学の学び 明治図書
- 神林信之 (2011) 教材構成の力を鍛える 晃洋書房, p. 129
- 国立教育政策研究所編 (2002) 生きるための知識と技能OECD生徒の学習到達度調査(PISA) 2000年調査 国際結果報告書 ぎょうせい
- 長岡算数教育を語る会 (1982) 覚醒と納得を生み出す算数科授業の創造 新教社
- 福井大学教育地域科学部附属小学校 (2015) 第41回教育研究集会要項 pp. 21-24, 55-58
- 福森信夫 (1994) 中学校数学科教育実践講座 第8巻 関数—関数指導の系統— 中学校数学科教育実践講座刊行会 ニチブン pp. 196-210
- OECD (2003) PISA2003年調査 評価の枠組み (国立教育政策研究所 監訳 (2004) ぎょうせいpp. 030-031)
- OECD (2009) PISA2009年調査 評価の枠組み (国立教育政策研究所 監訳 (2010) 明石書店)
- OECD (2013) PISA2015 DRAFT MATHEMATICS FRAMEWORK

The Arithmetic Lesson Targeting Development of Students' Clear Explanation Ability of ideas to Others Referring Related Figures and Algebraic Expressions

Hisayuki OHMI, Hiroyuki IGARASHI and Hiroshi KAZAMA

Keywords: Arithmetic, ability of explanation, Mathematical Activities, Linkage of the elementary and junior high school