

事例研究:モバイルを作ろうー新学習指導要領における『数学活用』に向けた教材開発ー

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2011-01-21 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 伊禮, 三之, 青木, 慎恵 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10098/2953

事例研究；モビールを作ろう

— 新学習指導要領における『数学活用』に向けた教材開発 —

伊 禮 三 之 青 木 慎 恵

福井大学教育地域科学部 福井県立武生高等学校

要 約

2009年3月告示の高等学校学習指導要領で、新科目『数学活用』が設置された。「数学と人間の活動」、「社会生活における数理的な考察」で内容が構成され、後者では、社会生活などの身近な事象を取り上げ、数学化し、数学の手法によって処理し、その結果を現実にもと照らして解釈することを扱うことになる。

本稿では、「社会生活などの身近な事象」として、店頭などで見かける「モビール」を取り上げ、簡単な実験を通してモーメントの概念を定式化し、数学の手法によって重心を求め、その結果をもとにオリジナルなモビールとして作品化し、相互の作品鑑賞を通して、数学を活用する態度や数学的活動の楽しさ、数学のよさを認識できるよう、『数学活用』に向けた教材開発を行い、その実験授業を通じた考察を行ったものである。

キーワード：モビール モーメント 重心 数学活用

1. はじめに

2009年3月に告示された高等学校学習指導要領において、「数学と人間とのかかわりや数学の社会的有用性についての認識を深めるとともに、事象を数理的に考察する能力を養い、数学を積極的に活用する態度を育てる」ことを目標に、新しい科目として『数学活用』（2単位）が設置されることとなった。この科目は、「(1)数学と人間の活動」と「(2)社会生活における数理的な考察」の2つの内容

で構成され、「数学的な見方や考え方、数学的な表現や処理、数学的活動や思索することの楽しさなどに焦点を当て、具体的な事象の考察を通して数学のよさを認識しようとする」ものである。

本稿では、この『数学活用』に向けた教材開発の事例を紹介する。店頭などでよく見かける魚などの形を糸でつるして、ユラユラ揺らめいている「モビール」という身近な事象を取り上げ、その事象を数学の世界に定式化

し、数学の定理や技法によって処理し、その結果を現実に照らして解釈するという一連の数学化サイクルを踏まえた授業を展開し、授業後の生徒による評価や感想文の分析を通して、この授業が、どのように生徒たちに受けとめられたのかを考察していく。

2. 「モビールを作ろう」について

本実践は、もともと愛知県の高校教師を中心とした「西三サークル」と呼ばれる数学教育のサークルによって開発されたものである（黒田・小林，1990）。しかし、こうした開発教材の具体的な教授レベルでの事例研究の蓄積はまだ十分とはいえず、旧来の教材であってもその意義がもっとも現れる現実の状況や文脈をうまく設定することで再構成し、PISAなどで明らかになった今日的課題の実生活等に活用する力や数学的に解釈し表現する数学的コミュニケーション力の育成なども視野に入れ、より発展させたかたちでの事例研究の積み重ねが求められている。本実践も、西三サークルの実践を参照しつつ、いくつか改良を加えている。

さて、「モビールを作ろう」の単元構想の大枠は、次の通りである。まず、第1時で、おもりの離散的な分布からモーメントの概念を導入し、それをもとに重心の定式化を行い、単位正方形で構成されたモビールの重心を扱う。続いて第2時では、単位正方形を対角線で2分割した直角二等辺三角形を含んだやや複雑な直線図形のモビールの重心を扱い、第3時で、おもりの離散的な場合を連続的な分布に拡張し定積分によって定式化し、それを用いて曲線図形のモビールや放物線ゴマを作成する。第4時で、各自オリジナルなモビールの作品化に取り組む。最後に、完成した作品の鑑賞会の場を設定して相互評価を行う。

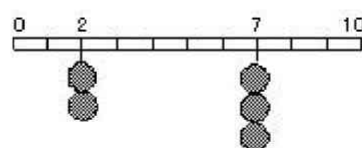
3. 「モビールを作ろう」の授業の概容

授業の冒頭モビールの説明をしたあと、質

問1で軽い棒におもりをつるしたとき、どこで支えたらつり合うか予想させる。

【質問1】図のように軽い棒（この棒の重さは無視します）を用意し、それを10等分して0から10まで目盛りします。目盛り2のところにおもりを2個、目盛り7のところにおもりを3個つるしたとき、どこを支えたらつり合うでしょうか。

予想してから確かめて下さい。



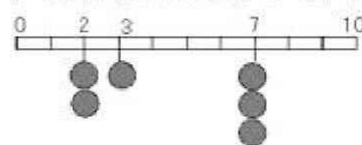
- 予想
- ア. 目盛り3のところ
 - イ. 目盛り4のところ
 - ウ. 目盛り5のところ
 - エ. 目盛り6のところ
 - オ. その他（ ）

ほとんどの生徒は、「目盛り5」でつり合うと答えた。実際に実験で確かめ、確認する。

次に、質問2で、今度は、3カ所におもりをつるしたとき、どこで支えたらつり合うか予想させる。

【質問2】今度は、【質問1】の位置のおもりにくわえ、目盛り3のところにもおもりを1個つるします。このときどこで支えたらつり合うでしょうか。

これも予想してから確かめて下さい。



- 予想
- ア. 目盛り4のところ
 - イ. 目盛り5のところ
 - ウ. 目盛り6のところ
 - エ. その他（ ）

この予想は、5と6の間という意見が多かった。この正確な値を数学的に確かめることはできないかということで、モーメントの概

念を導入する。図1のように軸Aを起点とする目盛りのついた軽い棒（棒の重さは無視する）があって距離 x のところにおもりの重さ m g分の力が作用しているとする。この回転作用の大きさを、軸Aに関する力 f のモーメントという（モーメントと略称）。



図1 モーメントのモデル図

このモーメントの大きさを、簡単な思考実験によって定式化する。

まず、軸Aから距離 x のところ m gのおもりをつるした場合と、距離を2倍にした $2x$ のところ m gのおもりをつるした場合、続いて、軸Aから距離 x のところ m gのおもりをつるした場合と、重さを2倍にした $2m$ gのおもりをつるした場合では、どちらの方がモーメントが大きいかといえるか、この2パターンについて考えた。

すると、モーメントの大きさは軸から作用点までの距離と作用点での力の大きさに比例することが分かるので、

モーメントの大きさ＝目盛り x ×重さ m
と定式化できる。このモーメントを利用して、2つの質問を解いてみる。目盛り g （つまり重心）でつり合ったとする。 g には、その物体の重さの全てがかかるという物理的な性質があるので、目盛り0の点を基準として、軸Aに関するモーメントを考える。

〔質問2〕では、

目盛り2でのモーメントは、 $2 \times 2 = 4$

目盛り3でのモーメントは、 $3 \times 1 = 3$

目盛り7でのモーメントは、 $7 \times 3 = 21$

目盛り g でのモーメントは、 $g \times 6 = 6g$

下向きのモーメントと上向きのモーメントが等しくないと、棒は回転してしまうので、

$$6g = 4 + 3 + 21$$

よって、 $g = 28 \div 6$ より約4.7が求められる。

実際に、4.7の位置でつり合うか実験で確認した。質問1も同様である。

続いて、この応用として、単位正方形で作られた「7」の重心を計算で求め、実際に穴を開けて糸を通しモビール作成した（図2）。先ほどの質問のように、単位正方形をおもりに置き換えて計算した。計算で求めた場所に穴を開けて糸を通し、つり合うことが確認できると、生徒は嬉しそうだった。

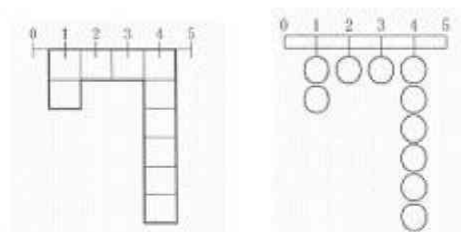


図2 7の字のモビール

次に、「F」や「E」のように、途中に出っ張りがある場合を検討した。これも、予想させて実験で確かめるとよかったのだが、時間の関係上、出っ張りの部分を上にくっつけて考えるといいと説明し、実際に計算して、「F」と「E」のモビールを作成して確かめた。この時も、実際に計算してつり合うと、「つり合った！」と喜びの声が上がった。

次に、もう少し複雑な図形のモビール（家の形）を作成するため、単位正方形を分割した三角形のモーメントを考えてみる。

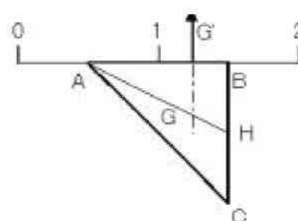


図3 単位正方形を分割した三角形

例えば、上の直角三角形のモーメントは、次のように求められる。

G' の目盛り = A の目盛り + AG' の長さ

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$$

なので、

$$\begin{aligned} &\triangle ABC \text{ のモーメント} \\ &= G' \text{ の目盛り} \times \triangle ABC \text{ 重さ(面積)} \\ &= \frac{7}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

となる。平行移動したのも同様に考えていて、計算の簡略化のためのモーメント表を作成した(図4)。

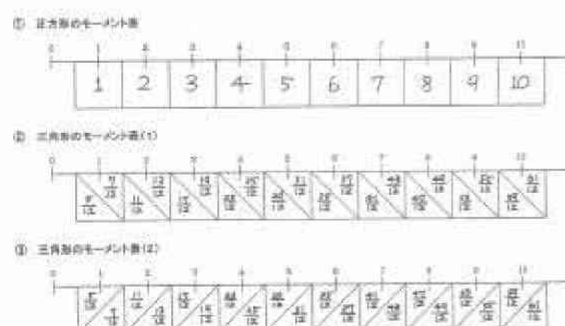


図4 正方形及び三角形のモーメント表

このモーメント表を利用して、「家」の形の重心を計算で求め、実際に穴を開けて糸を通してモビールを作成した(図5)。これも、上手くできると喜びの表情が見えた。

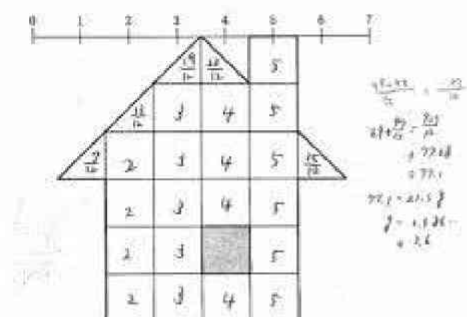


図5 「家」のモビールの重心の計算

ただ、この時に生徒によっては、モーメント表の作成に時間の差がでて、早々と理解して完成させた生徒もいたが、なかなか理解できず、時間がかかった生徒がいた。この表作

りは、生徒同士の話し合いで学習を深めたいという意図があったのだが、全体で確認をする時間を確保するとよかったと反省している。

そして、この時間の終わりに、この学習内容やモーメント表を利用してオリジナルなモビール作品を作るよう課題として指示をした。ちょうど、保護者会を含めた連休があったため、家庭学習とした。連休明けの終業式当日に、作品を色紙に添付して完成させ、設計図とともに提出させた(図6)。作品は、様々で、物体の形を表現するものだけでなく、「理」「数」「科」という文字のモビールを作る生徒もいた。短時間で上手に作成する生徒に感動した。

ただ、自由に作品を作る際、①非対称な図形とすること、②正方形だけでなく必ず三角形を組み込むこと、と生徒へ指示したほうがより学習が深まったのではないかと感じた。

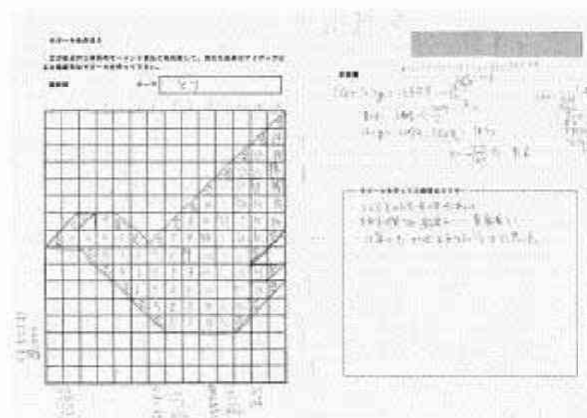


図6 生徒の作品とその設計図



図7 生徒の作品

作品の鑑賞会を行って、1学期を終えたかったのだが、予定通りに進まず、夏季休業明けの学校祭の展示を利用することにした。美術部などの展示の一角に展示させてもらい、多くの人に作品を見ていただき、感想と気に入った作品を記入してもらおうことにした。生徒には、展示を必ず見に行くように伝えた。実際、38名分の作品がパネルに並ぶととてもきれいであり、見応えがあった（図7）。



図8 作品展示の様子

4. 授業の考察

最初に、授業後に実施した「楽しさ」と「理解度」に対するアンケートを見ておこう。これは、生徒の主観的・感覚的・直感的な評価であるが、学習者の目から授業がどう受けとめられているのか大まかな傾向を知ることができる。その結果は、「楽しさ」については、A・B合わせた肯定的な評価が100%、「理解

度」についてはA・Bの合計が97.4%であり、楽しく学習でき、理解度も高かったことがわかる（表1）。

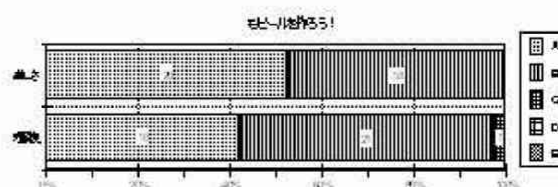
表1 生徒の授業評価(38名)

「楽しさ」について

A：とても楽しかった………20名(52.6%)
B：楽しかった………18名(47.4%)
C：何も感じなかった………0名(0.0%)
D：楽しくなかった………0名(0.0%)
E：全く楽しくなかった………0名(0.0%)

「理解度」について

A：よく分かった………16名(42.1%)
B：分かった………21名(55.3%)
C：どうとも言えない………1名(2.6%)
D：あまりわからなかった………0名(0.0%)
E：全く分からなかった………0名(0.0%)



こうした反応がどこから生み出されたのか、生徒の感想文から考察しておこう。

まず、感想文の多くを占めるのが数学の有用性の実感である（表2）。

表2 数学の有用性の実感

- 美術っぽいのに数学なのがすごいと思いました。こういう数学的知識を持つことによって、ダヴィンチもモナリザのようなすごい絵を描くことができたのではないかとしみじみと感じました。今回は、ちょっと変わった視点で数学を学ぶことができて、とても楽しかったです。
- 計算はとても大変だったけど、出来上がってちゃんとつり合ったとき、感動したし、嬉しかった。とても楽しかった。
- モーメントの計算は難しかったけど、糸を通して、バランスが取れた時の達成感が何だかすごく気持ちよかったです。
- 自分たちが習った数学の知識を使って、モビールがつり合う位置を見つけられるのは、すごいことだなあと思った。その計算方法で、どんな形のモビールでも作れるのもすばらしいと思

った。久しぶりに小学校とかでの図工をしたみたいで楽しかった。また機会があったら、色々な形のモビールを作りたいと思う。

- 私達が習った数学の知識を使ってモビールがふらふらにならない固定できる値を見つけられるのはすごいと思った。どんな形でも計算すればちゃんとつり合うので、色々な形に挑戦してみたいと思った。

身近な事象の数理的な考察を行う場合、その事象を定式化し、数学的な手法によって処理し、その結果を現実¹に照らして解釈する、という一連の過程を経るのは重要なことだが、これに加えてもう一つ大事なことは、そうして処理した結果や解釈が妥当なものかの確認である。「自分たちが習った数学の知識を使って、モビールがつり合う位置を見つけられるのは、すごいことだなあと思った」という感想が典型的で、生徒たちの有用性の実感²は、まさにその過程の経験があったからこそである。さらに、それが楽しさや達成感にもつながっていることも明らかである。

数学を活用する態度はどうだろう。もちろん、こうした態度が一朝一夕に育つとは考えていない。しかし、授業の中で、計算の結果実際につり合うことが即座にフィードバックされたり、オリジナルなモビールとして作品化されることで、数学と現実との関わりや数学の役割といったものが再確認され、そうした態度の萌芽となっていくと期待できるだろう。実際、そうした感想もかなり散見されたのである（表3・アンダーライン）。

表3 数学を活用する態度

- 今回の授業で、物理のてこの原理や図形を数学的な視点で考えるという力が養われて良かったです。
- つり合いを求めるための計算があることを初めて知った。三角形のモーメントを求めるのは難しいけど、つり合う場所を求める計算は簡単で楽しかった。もっといろいろ作ってみたい。
- 身の回りでよく見かけるようなものを、計算を使って求めることができて、楽しかったです。三角形のモーメントなどの計算は少し難しかったけど、しっかり理解することができました。

物理の時間には、その仕組みはどうなっているのかなどの疑問を持って挑みたいと思います。

- つり合いのとれる点が分かるので、とても楽しかった。今度は曲線のある形の重心を求める方法を知りたい。

これら生徒の感想から、実際にやってみる・作ってみるという体験が学びを深め、楽しさや達成感、充実感を生みだし、さらに作ってみたいという次の学習への意欲が増していることが分かるだろう。

なお、今回の実践は、当初から鑑賞会を設定し、作品を相互に交流し評価し合うことも目論んでいたが、急遽、学校祭の展示に切り替えた。「友達と話し合って計算したり、作成したりしてとても楽しかった。個人でモビールを作って、見せ合ったりするのも楽しかったし、作品に個性が出ていて面白かった」という声や、「最初から、学校祭へ展示することがわかっていたら、もっといい作品を作ったのに…」という声が上がったが、こうした文脈の設定は、学習の定着だけでなく達成感や充実感を生み出す効果とともに、数学的コミュニケーションにもつながっていくだろう。その持ち方を含め、今後の課題としたい。また、研究協力校の諸々の事情で、当初の構想通りの授業とはならなかったが、そのエッセンスは十分に伝えられたものと考えている。

引用及び参考文献

- 黒田俊郎・小林昭編著（1990）『たのしくわかる数学100時間（上）』あゆみ出版、pp.94-101
- 伊禮三之（2004）「重心（*center of gravity*）の不思議—「モビールを作ろう！」の授業から」『数学教室』No.634、pp.43-46
- 伊禮三之（2006）「モビールを作ろう！—卒業課題にオリジナルのモビールを！」『数学教室』No.651（連載『楽しい数学』の1年④）国土社、pp.72-77

〔付記〕本研究は、科学研究費補助金基盤研究(C)課題番号 22530959「新学習指導要領の『数学活用』に向けたカリキュラム開発」の一環として取り組まれたものである。