

中学生・高校生の内包量概念について

| | |
|-------|---|
| メタデータ | 言語: jpn 出版者: 公開日: 2011-01-21 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 辻, 千秋, 伊禮, 三之, 石井, 恭子 メールアドレス: 所属: |
| URL | http://hdl.handle.net/10098/2952 |

理科教師 日記

中学生・高校生の 内包量概念について

辻 千秋 (福井大学大学院教育学研究科院生)
伊禮 三之 (福井大学教育地域科学部)
石井 恭子 (福井大学教職大学院)

現在、私たちは内包量概念の理解に関する研究に取り組んでいます。1月5・6日の科学教育研究協議会全国研究会に参加したおり、「密度」に関する討論の場で発言したことがきっかけで、本稿を書くことになりました。本稿では、「密度」を含む内包量について、中学生・高校生を対象に行った調査の結果とそこから得られた課題について報告します。

内包量とは？

まず、量とは実在する物の一側面であり、通常は物と切り離して考えることはできません。例えば、人の長さ(身長)、人の体重(重さ)、人の体温(温度)などのように必ず量は物に付随しています。この量についての教育を考えると、「その量の概念」そのものと「大きさの側面」に関する理解を区別する必要があると思います。

こうした量は、大きく「外延量」と「内包量」の2つに分けることができます。外延量は、長さや重さ、面積、時間などのように空間的・時間的「広がりのある量」で、一般的には加法性をもちます。これに対し、内包量は、速度や密度、温度などのように物の「強さを表す量」で、通常は加法性をもちません。外延量が、大

局的・グローバルな量だとすれば、内包量の方は、局所的・ローカルに定まる量といえるでしょう。

ところで、実在する物の一側面である量の指導では、感覚による判断から出発して、その延長として数値化される必要があります。

外延量の指導においては、単位の4段階指導(直接比較→間接比較→個別単位[任意単位]→普遍単位)がなされており、こうした観点が踏襲されています。

一方、内包量の指導についてはどうでしょうか。内包量は、例えば速度が「距離÷時間」で数値化されるように2つの外延量の商として構成されますが、これは大きさの側面から速度を捉えていることとなりますし、速度・距離・時間の3者の関係の理解も問題となります。また、数値化される以前にも速度という量は存在しているのであり、それをどのように概念規定するか、その指導が不十分なのが現状ではないのかと考えています。

内包量概念についての先行研究

内包量概念の形成については、心理学的立場からの研究もあり、これらの先行研究は大変興味深く、ここで得られた知見を教材開発にとりいれていくことが必

要だと考えています。

まず、何をもちいて内包量概念が獲得できていると考えるのか、その指標については、次の2つが必要になります(斎藤、2002)。

①関係性：2つの量が既知の時に残りの未知の量が求められる。

②独立性：全体量や土台量の多少に関わらず当該内包量の“強さ”は一定である。

②の独立性は、「内包量の保存」と言われています。この、内包量の保存に関しては、教科書での指導の問題点として、「『単位量あたりの大きさ』としたのでは、2つの外延量の『割合』、もしくは単位量あたりの『外延量』としてとらえられてしまい、内包量を『1つの量』としてとらえるには不十分である」という指摘があります(麻柄、1992)。

確かに、算数の教科書では、「 1 km^2 あたりの人口を人口密度」、「速さは、単位時間に進む道のり」と説明していますし、理科の教科書では物質密度を「一定体積あたりの質量を、その物質の密度」と説明しています。こうした説明だけで学習するのであれば、例えば「速さ」=「道のり」と混同してしまい、「速さ」が「道のり」と独立した量であることの認識が不十分である、というのが麻柄の調査なのです。人口密度や物質密度などの内包量も、同じような問題を抱えており、教科書の指導だけでなく、別の手立ても必要でしょう。

その手立てについての一つは、内包量の指導においても、外延量と同様に感覚による判断を十分に体験させることが必

要であるとの指摘です(松田等、2000)。

これらの先行研究を踏まえ、内包量概念の理解についての調査を実施しました。

調査の目的と方法

今回の調査は、日常経験の異なる中学生・高校生を対象にすることで、横断的な内包量の理解の様相を明らかにすることを目的としました。福井県内の中学校・高校の先生方の協力を得て、調査対象を中学2年生と高校2年生としました。調査問題で扱う速度と人口密度が小学校6年生、物質密度が中学校1年生で学習しているからです。

| 学年 | 人数(人) |
|-------|-------|
| 高校2年生 | 186名 |
| 中学2年生 | 179名 |

表1 調査学年と人数

調査問題は、短大生を対象とした問題(斎藤、2002)を一部変更して作成し、速度・人口密度・物質密度のそれぞれについて、以下の5問で構成しました。

①「2つの量の関係性の理解」の問題

- 問1 第1用法の問題
(全体量 \div 土台量=内包量)
- 問2 第2用法の問題
(内包量 \times 土台量=全体量)
- 問3 第3用法の問題
(全体量 \div 内包量=土台量)

②「独立した量の理解」の問題

- 問4 保存性の問題(土台量変化)
- 問5 保存性の問題(全体量変化)

調査は、2009年12月に実施しました(調査問題は図4参照)。

調査の結果と考察

調査の結果を、正答率のグラフを基に、順番に見ていきます。

(I) 速度について

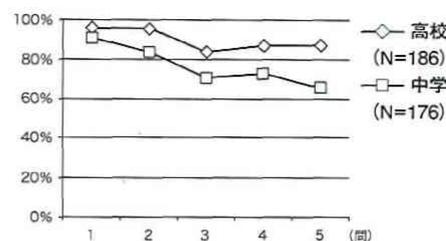


図1 速度についての正答率

第1用法は中学・高校とも高い達成率で、第2用法は高い達成率ですが中学生がやや低くなり、第3用法で低下する点は、中学生・高校生とも共通しています。また、中学生は保存性に関する問題においても正答率はそれほど高くありません。しかし、人口密度や物質密度の問に比べると、高い正答率です。やはり、密度に比べ「歩く」「走る」「車に乗る」などの日常的経験の差が影響しているのでしょう。

(II) 人口密度について

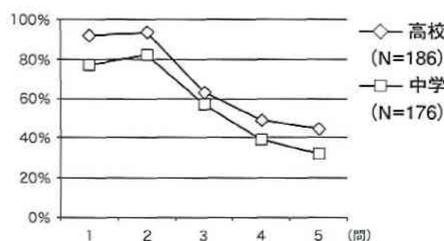


図2 人口密度についての正答率

第1用法、第2用法と比べ、第3用法の達成率が大幅に低下しています。また、保存性に関する問題においても、半分以上

下の正答率となりました。多い誤答としては、問4では「ア 狭い区間」が中学生32%、高校生38%であり、問5では「イ 10000人程度の人が住む区間」が中学生44%、高校生33%となっています。

日常では「狭いからぎゅうぎゅうに押し込める」「物(人)が多いからぎゅうぎゅうに押し込める」ということを経験します。これらの経験に引きずられて、誤答の多さにつながったと考えることができます。「人が均等に存在している」という仮定に無理があるのではないかと、という指摘があるかもしれません。しかし、内包量を扱う上で「均等にならず」ということが重要です。例えば1時間走って60km進んだから60km/hだ、と考えられるのは、途中でこぼこぼはあるにしても全体としては「等速である」と理想化しているからです。人口を対象としたときには、現実に密集した土地や過疎である土地を含む自分の地域の状況にとらわれ過ぎて、「均等に分布」していると理想状態を想定しながら論理的に操作することができていないということです。つまり、現実の文脈に依存しすぎることが、人口密度に関する保存性の理解を妨げている可能性があります。

(III) 物質密度について

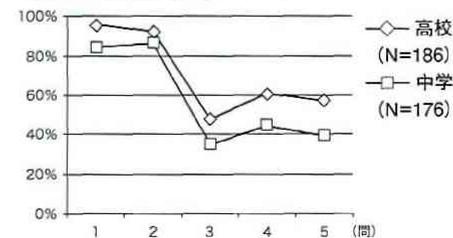


図3 物質密度についての正答率

II 「人口密度」について

人口密度は、一定の面積(広さ)あたりどれくらいの人数がいるのかを示したものです。広さの単位はm²、km²などがありますが、通常、「人口密度」といえば、1km²にどれくらいの人数がいるかで示されます。

このように人口密度は人数と広さの2つで表されるので、その単位も、人数と広さの単位が組み合わさってできています。

人口密度は、次の公式で求められます。

$$\text{人口密度(人/km}^2\text{)} = \text{人数(人)} \div \text{広さ(km}^2\text{)}$$

以下の問題では、イメージ図のように1km²あたりに均等に人が存在しているものと考えてください。では、人口密度表を見ながら、問題に答えてください。

| 人口密度表 | | |
|-------|-------|-----------------------|
| 市 | 人口 | 人口密度 |
| 福井市 | 500 人 | 500 人/km ² |
| 坂井市 | 440 人 | 440 人/km ² |
| 越前市 | 375 人 | 375 人/km ² |
| 鯖江市 | 796 人 | 796 人/km ² |

イメージ図：人(人)は人を表します。

問1 今、ある市の人口を調べたら、92400人でした。その市の面積は210km²です。その市の名前を、以下から、選んでください。

ア 福井市 イ 坂井市 ウ 越前市
エ 鯖江市 オ わからない

問2 福井市における10km²の区画と、坂井市における10km²の区画とは、どちらの方が人数が多いですか。

ア 福井市 イ 坂井市 ウ どちらも同じ エ わからない

問3 福井市において1000人が住む区画と、鯖江市において1000人が住む区画とは、どちらの方が広いですか。

ア 福井市 イ 鯖江市 ウ どちらも同じ エ わからない

問4 坂井市において、狭い区画(1km²)をみたときと、広い区画(100km²)をみたときとは、どちらの方が、人口密度が大きいですか。

ア 狭い区画 イ 広い区画 ウ どちらも同じ エ わからない

問5 越前市において、1000人程度の人が住む区画をみたときと、10000人程度の人が住む区画をみたときとは、どちらの方が、人口密度が大きいですか。

ア 1000人程度の人が住む区画 イ 10000人程度の人が住む区画
ウ どちらも同じ エ わからない

III 「物質密度」について

物質密度は、一定の体積あたりどれくらいの重さなのかを示したものです。体積の単位はcm³、m³などがあり、重さの単位も、g、kgなどがあります。通常、「物質密度」は、体積1cm³あたり何gあるかで示されます。

このように物質密度も、重さと体積の2つで表されるので、その単位も、重さと体積の単位が組み合わさってできています。

物質密度は、次の公式で求められます。

$$\text{物質密度(g/cm}^3\text{)} = \text{重さ(g)} \div \text{体積(cm}^3\text{)}$$

また、物質密度は、物質ごとに決まっています。そして、それはその物質の量とは無関係です。

では、表を見ながら、以下の問題に答えてください。

| 物質密度表 | |
|--------|----------------------|
| 物質 | 物質密度 |
| 金 | 19 g/cm ³ |
| 銀 | 11 g/cm ³ |
| 鉄 | 8 g/cm ³ |
| アルミニウム | 3 g/cm ³ |

問1 体積5cm³で、重さ55gの金属があります。その金属は何ですか。金属名を答えてください。

ア 金 イ 銀 ウ 鉄
エ アルミニウム オ わからない

問2 10cm³の銀と、10cm³のアルミニウムとは、どちらが重いですか。

ア 銀 イ アルミニウム
ウ どちらも同じ エ わからない

問3 10gの金と、10gの銀とは、どちらが大きい(体積が大きい)ですか。

ア 金 イ 銀
ウ どちらも同じ エ わからない

問4 はんの小さな銀の固まり(1cm³)と、巨大な銀の固まり(1000cm³)とは、どちらの密度が大きいですか。

ア 小さな銀 イ 巨大な銀
ウ どちらも同じ エ わからない

問5 とても軽い鉄の固まり(1g)と、とても重い鉄の固まり(10000g=10kg)とは、どちらの密度が大きいですか。

ア 軽い鉄 イ 重い鉄
ウ どちらも同じ エ わからない

図4 調査問題のプリント(上:「人口密度」について、下:「物質密度」について)

物質密度についても第1用法・第2用法ともに高い達成率です。それに比べ、やはり、第3用法が大幅に低下しています。第3用法での正答率は中学生35%、高校生48%となっており、50%を割っています。

保存性に関する問題においても正答率は低くなっています。多い誤答としては、問4で「ア 小さな銀」が中学生17%、高校生22%、「イ 巨大な銀」が中学生30%、高校生14%であり、問5では「イ 重い鉄」が中学生36%、高校生30%となっています。これらは、おそらく「重い方が密度も大きい」と認識しているのでしょう。問4では「ア」と「イ」を選択した中学生と高校生の誤答率が逆転していますが、高校生の方は、「(体積が)小さなおとところにはぎゅっと詰まっている」という満員電車などの日常経験の連想が影響しているのかもしれませんが、いずれにせよ、保存性の理解が不十分であることは明らかです。

まとめ

速度・人口密度・物質密度という3つの内包量において、2量の関係性においては、第3用法が不十分だということが明らかになりました。これは、小学校算数における包含除の指導とも関連していると考えられます。内包量の第3用法が、わり算の包含除と対応するからです。包含除の作問について小学生を対象にした調査によれば、小学6年生の正答率は60%程度であり、第1用法にあたる等分除が約90%、第2用法にあたる乗法

が約80%と比較するとかなり低い数値となっています(藤村、1997)。

保存性に関しては、理科教育の立場からの指導も必要だと考えています。例えば、物質密度の導入では、実際の物体に触れ「同じ大きさ(体積)でも重さが違う」ということを様々な物質を通して十二分に体験することで、密度が物質に固有の量であることの理解が深まり、概念の形成につながると考えられます。

今回、調査に協力してもらったある先生は、「問題を見たときは簡単にできると思ったが結果を見て驚いた。基本的な概念が身につけておらず、普段の授業が砂上の楼閣のようなものだったと認識を新たにした」と話していました。

内包量概念の形成には、算数・数学教育と理科教育が連携した指導が必要になります。内包量概念の形成に資する授業開発を、どの学習段階で行うのかは、これからの課題です。

《引用・参考文献》

- ・銀林浩(1975)『量の世界—構造主義的分析—』むぎ書房
- ・斎藤裕(2002)「短大生を対象とした内包量の理解に関する研究」『県立新潟女子短期大学研究紀要』第39号
- ・麻栢啓一(1992)「内包量概念に関する児童の本質的なつまずきとその修正」『教育心理学研究』第40巻第1号、pp20-28
- ・藤村宣之(1997)『児童の数学的概念の理解に関する発達の研究—比例、内包量、乗除法概念の理解を中心に—』風間書房
- ・松田文子・永瀬美帆・小嶋佳子他(2000)「関係概念としての「混みぐあい」概念の発達」『教育心理学研究』第48巻第2号